



Braunschweiger Schriften zur Mechanik

Lutz Ackermann

Simulation der Schalltransmission durch Wände

Mechanik-Zentrum

Technische Universität Braunschweig

Braunschweiger Schriften zur Mechanik Nr. 43-2002

Simulation der Schalltransmission durch Wände

von

Lutz Ackermann

Institut für Angewandte Mechanik

Technische Universität Braunschweig

Herausgegeben vom Mechanik-Zentrum der
Technischen Universität Braunschweig

Schriftleiter: Prof. Dr. rer. nat. H. Antes

Institut für Angewandte Mechanik
Postfach 3329
38023 Braunschweig

Tel.: 0531 / 391-7101
Fax: 0531 / 391-5843

Vom Fachbereich für Bauingenieurwesen der Technischen Universität
Braunschweig genehmigte Dissertation

Tag der Einreichung: 06.09.2001
Tag der Prüfung: 30.11.2001

Berichter:

Prof. Dr. rer. nat. H. Antes
Prof. Dr.-Ing. O. von Estorff

© Copyright 2002 L. Ackermann, Braunschweig

BSM 43-2002
ISBN 3-920395-42-5

Alle Rechte, insbesondere der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.
Mit Genehmigung des Autors ist es gestattet, dieses Heft ganz oder teilweise
zu vervielfältigen.

Zusammenfassung

Die rechnerische Vorausbestimmung der Schalldämmwirkung von Wänden bereits in der Entwurfs- und Planungsphase durch numerische Simulation gewinnt in Zeiten steigender Lärmbelastungen immer mehr an Bedeutung. Die Erfassung beliebiger geometrischer, bauphysikalischer und bauakustischer Randbedingungen sowie die Berücksichtigung der Interaktion von Fluid und Struktur spielt dabei eine entscheidende Rolle.

Die numerische Simulation des Problems erfolgt mit der Finite-Element-Methode. Dabei wird das Körperschallverhalten des Bauteils im wesentlichen durch die Biegewellen bestimmt, welche mit der Mindlinschen Plattentheorie beschrieben werden. Da jedoch auch die Auswirkungen flankierender Bauteile untersucht werden, werden ebenfalls die in-plane Wellen erfaßt. Diese werden durch die dynamische, elastische Scheibengleichung dargestellt. Für die Modellierung komplexer Wandaufbauten kommt ein Homogenisierungsverfahren zum Einsatz und poröse Dämmstoffe werden mit Hilfe eines äquivalenten Fluid-Ansatzes beschrieben. Das akustische Verhalten der die Wände umgebenden Luft wird durch die Helmholtz-Gleichung erfaßt. Die Kopplung von Struktur und Fluid, also von Körper- und Luftschall, erfolgt an den Koppelflächen über die dort verrichteten virtuellen Arbeiten des Schalldruckes bzw. der Verschiebungen.

Das vollständig gekoppelte Berechnungsprogramm ermöglicht z. B. neben der Ermittlung der Schalldruckverteilungen ebenso die Berechnung des Schalldämm-Maßes sowohl einschaliger als auch mehrschaliger Trennbauteile. Es werden Beispielrechnungen vorgestellt, in denen Parameterstudien sowie Vergleiche mit Messungen bzw. anderen numerischen Berechnungen durchgeführt wurden.

Abstract

In times of increasing noise pollution, the numerical simulation of sound transmission through solid walls, e.g., of masonry, is a challenging building acoustics topic. For an adequate building design tool it is of great importance to take arbitrary geometrical and acoustical boundary conditions as well as the air-structure interaction into account.

Here, a numerical model based on the Finite Element Method is presented. The structure-borne sound is on the one hand influenced by the bending waves and on the other hand by the in-plane waves, if also the flanking transmission is investigated. The bending waves are modelled by the Mindlin plate theory and the in-plane waves by the dynamic elastic disk equation. Complicated wall constructions are treated by a homogenization technique and sound-insulating materials are described by an equivalent fluid model. The acoustic behaviour of air is characterized by the Helmholtz equation. The fluid-structure interaction is performed by using the principle of virtual work, and, as a final result, a completely coupled methodology is derived which allows the determination of sound fields and of the transmission loss of conventional solid walls. Numerical results are compared with measured values and the influence of various parameters is studied.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Stand der Forschung	2
1.2	Ziele	5
2	Grundlagen und Modellbildung	6
2.1	Modellierung der Struktur	6
2.1.1	Das Hamiltonsche Prinzip	6
2.1.2	Schwingungsgleichungen einer Mindlin-Platte	6
2.1.3	Körperschall in plattenförmigen Bauteilen	13
2.1.4	Dämpfung der Plattenschwingungen	14
2.1.5	Orthotrope Platten	15
2.1.6	Homogenisierung komplexer Wandaufbauten	16
2.2	Modellierung des Fluids	21
2.2.1	Schallausbreitung in kompressiblen Fluiden	21
2.2.2	Schallreflexion - Randbedingungen für das Fluid	22
2.3	Modellierung porösen Materials	23
2.4	Kopplung von Fluid und Struktur	25
3	Numerische Umsetzung	27
3.1	FE-Formulierung für die Struktur	27
3.1.1	FE für die Biegeschwingungen	27
3.1.2	FE für die in-plane Schwingungen	31
3.2	Kopplung der in-plane und der Biegeschwingungen	34
3.3	Überprüfung der FE für die Struktur	35
3.3.1	Platteneigenfrequenzen	35
3.3.2	Scheibeneigenfrequenzen	37
3.3.3	Eigenfrequenzen eines Kastens	38
3.4	FE-Formulierung für das Fluid	39
3.4.1	Akustische Rand- bzw. Kopplungsbedingungen	40
3.4.2	Finite Element Gleichungen	41
3.5	Überprüfung der FE für das Fluid	42
3.6	FE-Kopplung von Struktur und Fluid	43
3.6.1	Mehrfache Fluid-Struktur-Kopplung	44

3.6.2	Anforderungen an die Diskretisierung	44
4	Schalldämmung von Trennbauteilen	46
4.1	Anforderungen und Nachweise	46
4.2	Möglichkeiten zur Bestimmung des Schalldämm-Maßes	48
4.2.1	Abschätzung des Schalldämm-Maßes	48
4.2.2	Messung des Schalldämm-Maßes	50
4.2.3	Berechnung des Schalldämm-Maßes aus Bauteileigenschaften	51
4.2.4	Numerische Simulation der Schalltransmission	52
4.3	Einflußfaktoren auf die Schalldämmung	55
4.3.1	Baustoffeigenschaften	56
4.3.2	Wandaufbau	57
4.3.3	Schallanregung	58
4.3.4	Geometrie	59
5	Anwendungsbeispiele	63
5.1	Schalldämmung einer einschaligen Betonwand	63
5.1.1	Einfluß des Schallabsorptionsgrades	64
5.1.2	Einfluß verschiedener Lagerungsbedingungen	66
5.1.3	Einfluß unterschiedlich starker Dämpfung	67
5.2	Schalldämmung einer zweischaligen Wand aus Gipskartonplatten	68
5.2.1	Einfluß verschiedener Strömungswiderstände	69
5.2.2	Einfluß verschiedener Strukturfaktoren	70
5.2.3	Verwendung unterschiedlicher Dämmstoffe	71
5.3	Inhomogene Wände	73
5.4	Wände aus zusammengesetzten Bauteilen	75
5.5	Vergleich von Messung und Berechnung realer Wände	77
5.5.1	Fachwerkwand	77
5.5.2	Zweischalige, leichte Trennwand	79
5.6	Einfluß flankierender Bauteile	80
5.7	Einfluß einer in-plane Belastung	81
6	Zusammenfassung	85
A	Äquivalenter Fluid-Ansatz für poröses Material	87
B	Verzeichnis der verwendeten Symbole	89

1 Einleitung

Schall- und Lärmeinwirkungen aus der Umgebung können ein massives Gesundheits- und Umweltproblem darstellen. So fühlen sich mehr als 50% der Bundesbürger durch Straßenverkehrslärm belastigt und für mehr als 12 Millionen Menschen in Deutschland besteht dadurch ein erhöhtes Risiko für Herzkrankheiten [132]. Trotz technischer Maßnahmen wie z. B. dem Bau von Schallschutzwänden, die Verwendung von lärmarmen Reifen für Fahrzeuge oder von lärmschluckenden Fahrbahnbelägen besteht eine seit Jahren unveränderte bzw. teilweise gestiegene Geräuschbelastung.

Für eine wirksame Lärmbekämpfung müssen diese Bestrebungen zur Verminderung der Entstehung des Lärms direkt am Ort der Schallerzeugung Hand in Hand gehen mit Maßnahmen zur Verbesserung des Schallschutzes von Gebäuden. Hier ist in zunehmendem Maße der Planer und Konstrukteur moderner Bauwerke gefragt und gefordert. Das natürliche Bedürfnis nach Ruhe und Entspannung in den eigenen vier Wänden ist für den umweltgeplagten Menschen unserer Zeit besonders ausgeprägt. Daher hat der Schutz sowohl vor Außenlärm als auch vor Lärmeinwirkungen im Gebäude aus angrenzenden Wohnungen oder Betrieben sowie infolge haustechnischer Anlagen einen hohen Stellenwert. Zur Sicherstellung eines ausreichenden Schallschutzes für behagliches Wohnen, Leben und Arbeiten bzw. allein schon zur Gewährleistung einer sinnvollen Nutzung mancher Gebäude (Altenheime, Schulen, Krankenhäuser) sind die gesetzlichen Anforderungen und Nachweise in *DIN 4109 - Schallschutz im Hochbau* [40] festgelegt. Dort finden sich auch Vorschläge für einen erhöhten Schallschutz, welcher entsprechend den gestiegenen Nutzeransprüchen heutzutage immer eingehalten werden sollte.

Für die Planung eines Bauvorhabens wünscht sich der Ingenieur ein Werkzeug, mit dem er im voraus konkrete Aussagen über das komplexe Schalldämmverhalten eines Bauteils treffen kann. Da vielfältige Wechselwirkungsbeziehungen zwischen unterschiedlichen Materialien, Bauelementen und der Umgebung existieren, sollte eine Variation sämtlicher relevanter Einflußfaktoren geometrischer, bauakustischer oder bauphysikalischer Art schnell und effektiv durchgeführt werden können. Die am häufigsten eingesetzten Nachweisverfahren für eine ausreichende oder erhöhte Schalldämmung sind Messungen und Vergleiche mit als geeignet anerkannten Ausführungen. Allerdings erweisen sich diese Verfahren infolge des hohen Kosten- und Zeitaufwandes bzw. ihrer geringen Flexibilität als eher ungeeignet, so daß schon seit Jahren angestrebt wird, das akustische Verhalten unterschiedlicher Wände mit Hilfe numerischer Verfahren zu simulieren. Es ist deshalb das Ziel, in dieser Arbeit ein Berechnungsverfahren zu entwickeln, mit dem die Schallausbreitung in Räumen, vor allem aber die Schalltransmission durch ganz verschiedene Wandkonstruktionen unter Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen den Wänden und der angrenzenden Luft simuliert und analysiert werden kann.

1.1 Stand der Forschung

Bei der Untersuchung von Schalltransmissionsvorgängen durch Wände handelt es sich um ein über die Oberflächen gekoppeltes Mehrfeldproblem. Die elastisch deformierbaren Wände treten über ihre Deckflächen mit der sie umgebenden Luft in komplexe Wechselwirkungsbeziehungen. Für die numerische Modellierung dieser unterschiedlichen Gebiete und deren Kopplung haben sich verschiedene Berechnungsverfahren und Strategien etabliert, die im folgenden angesprochen und diskutiert werden. Die Auswahl eines geeigneten Verfahrens ergibt sich letztendlich aus den Erfordernissen der Aufgabenstellung unter Abwägung der jeweiligen Vor- und Nachteile zur Verfügung stehender Verfahren.

Die *Finite-Element-Methode* (FEM) hat unter anderem aufgrund ihrer Vielseitigkeit (Anwendbarkeit auf unterschiedliche Problemstellungen, Verwendung linearer und nichtlinearer Theorien, Modellierung komplexer Geometrien usw. [2]) und infolge ihrer gründlichen mathematischen Fundierung Eingang in unterschiedlichste Gebiete der Natur- und Ingenieurwissenschaften gefunden. Ferner haben die rechentechnischen Vorteile der FEM, wie z. B. symmetrische Matrizen und ein schwach besetztes Gleichungssystem mit bandförmiger Struktur, zu ihrer vielfachen Anwendung beigetragen. So ist sie für die dynamische Strukturanalyse endlicher Gebiete das am weitesten verbreitete numerische Näherungsverfahren ([16], [140]).

Auch bei akustischen Fragestellungen wie der Schallausbreitung wird die FEM häufig verwendet [79]. Handelt es sich allerdings dabei um unendliche oder halbusendliche Gebiete, treten zwei Problemfelder auf, die den Einsatz der FEM erschweren: der immens steigende Diskretisierungsaufwand und die Erfüllung der sogenannten SOMMERFELDSchen Abstrahlungsbedingung, welche fordert, daß auslaufende Wellen abklingen und keine Wellen aus dem „Unendlichen“, d. h. vom Diskretisierungsrand, reflektiert werden [130]. Gängige Methoden zur Umgehung dieser Schwierigkeiten basieren in der Regel auf der Unterteilung des Gebietes durch eine künstliche Begrenzung in ein Nah- und ein Fernfeld. Das begrenzte Nahfeld wird mit gewöhnlichen finiten Elementen diskretisiert, während das Fernfeld entweder mit Hilfe absorbierender Randbedingungen [64] abgeschnitten oder mittels infinitesimaler Elemente mit geeigneten wellenförmig auslaufenden Ansatzfunktionen [11] beschrieben wird.

Ein Berechnungsverfahren, welches für die Behandlung von Außenraumproblemen besonders gut geeignet ist, ist die *Randelementmethode* (REM) ([7], [59]). Ihre Vorteile liegen in der impliziten Erfüllung der SOMMERFELDSchen Abstrahlungsbedingung und in der starken Verminderung des Diskretisierungsaufwandes, da nur der Rand eines Gebietes diskretisiert werden muß, so daß sich die Dimension des Problems um Eins reduziert. Das führt vor allem bei dreidimensionalen Problemen zu erheblichen Einsparungen bei der Rechenzeit und dem Speicherbedarf. Allerdings führt die häufig angewandte Diskretisierung durch das Kollokationsverfahren auf ein vollbesetztes und unsymmetrisches Gleichungssystem. Abhilfe leisten hier beispielsweise das Galerkinverfahren oder hybride Randelementmethoden wie die *Hybride Displacement Boundary Element Method* (HDBEM) [61]. Letztere basieren dabei nicht auf der Methode des gewichteten Residuums, sondern werden aus einem Variationsprinzip abgeleitet. Auch wenn die Behandlung inhomogener Gebiete und nichtlinearer Theorien mit der REM einige Schwierigkeiten mit sich bringt und stets die Kenntnis der Fundamentallösung zur verwendeten Feldgleichung erforderlich ist, wird die REM dennoch in vielen Bereichen erfolgreich

eingesetzt. Sowohl im Zeitbereich ([9], [80]) als auch im Frequenzbereich [133] konnten effiziente Randelementmethoden für akustische Fragestellungen entwickelt werden. Ein Überblick über aktuelle Fortschritte und Anwendungen der REM in der Akustik ist in [51] zu finden.

Für räumlich begrenzte akustische Probleme treten die oben genannten Schwierigkeiten für die FEM allerdings nicht auf, so daß sie bei Innenraumproblemen oftmals eingesetzt wird ([65],[124]). Bei hochfrequenten Schallausbreitungsvorgängen weisen jedoch beide Verfahren, FEM wie REM, den Nachteil auf, daß der Diskretisierungsaufwand stark ansteigt, da stets eine ausreichende Anzahl von Elementen pro Wellenlänge vorhanden sein muß. Deswegen wurden andere Methoden entwickelt, die insbesondere für höhere Frequenzen geeignet sind. Hierzu zählt das *Strahlverfolgungsverfahren* (ray tracing), welches oftmals zur Berechnung von Schallfeldern in großen Räumen angewendet wird [37]. Die grundlegende Idee besteht darin, den Weg der „Schallstrahlen“ von der Schallquelle in unterschiedliche Richtungen mitsamt einer gewissen Anzahl von Reflexionen, die den Gesetzen der geometrischen Akustik gehorchen, zu verfolgen.

Bei der Berechnung von Schall- und Schwingungssystemen großer Räume und Gebäude oder von komplexeren Strukturen bei höheren Frequenzen ist die *Statistische Energieanalyse* (SEA) sehr weit verbreitet. Bei diesem Verfahren werden keine deterministischen Größen wie etwa der Schalldruck betrachtet, sondern gemittelte Schwingungsenergien verschiedener Subsysteme, die über sogenannte Kopplungsverlustfaktoren miteinander in Verbindung stehen [54]. Eine Möglichkeit zur Bestimmung dieser Verlustfaktoren ist wiederum die Berechnung mit der FEM [101]. Der Einsatz der SEA speziell für Schalltransmissionsprobleme ist in Kapitel 4.2.4 beschrieben.

Ein weiteres Verfahren stellt die *Complex Envelope Displacement Analysis* (CEDA) dar [24]. Bei dieser Methode wird ebenfalls keine physikalische Variable betrachtet, sondern eine sogenannte „complex envelope“ Verschiebung, die mittels eines Hüllenoperators aus der tatsächlichen Verschiebung ermittelt wird. Dieser Operator besteht im wesentlichen aus einer Hilbert Transformation. Mit Hilfe der neu eingeführten Unbekannten können dann auch hochfrequente Fluid-Struktur Probleme untersucht werden. Schwierigkeiten entstehen allerdings bei der Beschreibung der zugehörigen Randbedingungen und bei dreidimensionalen Problemstellungen.

Um Fluid-Struktur Interaktionsprobleme lösen zu können, sind die unterschiedlichen Gebiete miteinander in geeigneter Weise zu verknüpfen. Oftmals erfolgt diese Verknüpfung nur einseitig, d. h. es wird angenommen, daß das Fluid nur einen geringen Einfluß auf die Struktur ausübt und dieser deswegen vernachlässigt werden kann. Das Schwingungsproblem der Struktur wird zuerst gelöst und die Verschiebungen der Struktur werden als Randbedingungen für das Fluid verwendet [139]. Will man aber die gegenseitigen Wechselwirkungen von Fluid und Struktur untersuchen und sämtliche Rückwirkungseffekte erfassen, ist eine vollständige Kopplung erforderlich [53]. Dies ist insbesondere der Fall bei Schalltransmissionsproblemen zwischen zwei benachbarten Räumen [88]. Welche Art der Kopplung angewandt werden kann, ist im Allgemeinen stark problemabhängig, ein überschlägiges Unterscheidungskriterium wird von ATALLA und BERNHARD [12] vorgeschlagen und in Kapitel 4.2.4 in Bezug auf die hier untersuchte Problemstellung diskutiert.

Für die Realisierung der vollständigen Kopplung stehen unterschiedliche Strategien zur

Verfügung: einerseits die starke Kopplung (strong coupling), bei der ein gekoppeltes Gesamtgleichungssystem für alle Unbekannten der Gebiete aufgestellt wird, und andererseits die schwache Kopplung (loose coupling), bei der in der Regel bestehende Berechnungsprogramme über einen Kopplungsalgorithmus, der den gegenseitigen Informationstransfer bewerkstelligt, miteinander verknüpft werden [25]. Eine kurze Übersicht über die Vor- und Nachteile beider Kopplungsstrategien erfolgt in Kapitel 2.4.

Grundsätzlich besteht die Möglichkeit, beide Diskretisierungsverfahren (FEM und REM) beliebig zu kombinieren, wobei gezielt die Vor- und Nachteile beider Verfahren je nach Problemstellung ausgenutzt werden können. Recht verbreitet für Schallabstrahlungsprobleme sowie unendliche/halbunendliche Gebiete ist daher die Kombination von FEM für die Struktur und REM für das Fluid ([88], [118], [129]). Um das für die Rechenzeit und den Speicherbedarf wichtige symmetrische Gesamtgleichungssystem zu erhalten, bedarf es jedoch einiger Überlegungen. Hier eignen sich z. B. wiederum die oben angesprochenen hybriden Randelementmethoden [60].

Vor allem in Hinblick auf eine einfachere Kopplung gleicher Methoden sind ebenfalls REM/REM- bzw. FEM/FEM Kombinationen realisiert worden, wobei die REM/REM-Kopplung allerdings im Hinblick auf die Untersuchung von Schalltransmissionsvorgängen nicht so sehr verbreitet ist [31]. Die Verwendung der FEM sowohl für das Fluid als auch die Struktur hat sich insbesondere bei abgeschlossenen akustischen Problemen sowie bei Untersuchungen fluidgefüllter Behälter bewährt ([21], [135]). Dabei sind verschiedene Problemformulierungen möglich. Die Unbekannten auf der Strukturseite sind in der Regel ihre Verschiebungen. Zur Beschreibung des Fluids können jedoch beispielsweise der Druck, die Schnelle, verschiedene Potentiale (Schnellepotential, Verschiebungspotential) sowie ebenfalls die Verschiebungen oder auch gemischte Formulierungen [135] verwendet werden. So untersucht z. B. SANDBERG [124] die Fluid-Struktur Interaktion mit drei unterschiedlichen Formulierungen (Druck, Verschiebungen und Verschiebungspotential) und gibt die verschiedenen Kopplungsbedingungen dafür an. ZIENKIEWICZ und BETTESS [141] leiten die gekoppelten Gleichungen sowohl für die Druck- und die Verschiebungsformulierung als auch für das Schnellepotential als Unbekannte her. Die vektorbasierte Schreibweise mit den Fluidverschiebungen als gesuchte Größen hat dabei zwei Vorteile: die leichtere Implementierung in ein FEM Programm für Strukturen (die Kopplung kann beispielsweise direkt und knotenweise erfolgen) und die symmetrische Form des Gesamtgleichungssystems. Nachteilig hingegen erweist sich die gestiegene Anzahl der Fluidunbekannten (drei Unbekannte pro Knoten im dreidimensionalen Fall) und daß eine rotationsfreie Bewegung durch zusätzliche Bedingungen nachträglich sichergestellt werden muß [71]. Eine skalare Problembeschreibung des Fluids auf der anderen Seite reduziert einerseits die Anzahl der Unbekannten pro Knoten und andererseits erzwingt sie die Rotationsfreiheit automatisch. Die Durchführung der Kopplung erfordert jedoch die Formulierung expliziter Kopplungsbedingungen. Desweiteren führt die skalare Schreibweise im allgemeinen auf ein unsymmetrisches, gekoppeltes Gleichungssystem. Daher sind einige Anstrengungen zur Symmetrisierung unternommen worden. MORAND und OHAYON [111] sowie SANDBERG und GÖRANSSON [125] beispielsweise benutzen eine gemischte Formulierung mit dem Schalldruck und dem Verschiebungspotential als Fluidunbekannte und WANG und BATHE [135] verwenden neben dem Schalldruck eine Unbekannte, die sie als „vorticity moment“ bezeichnen.

In dieser Arbeit kommt eine symmetrische Formulierung zum Einsatz, die auf dem Schalldruck des Fluids und den Verschiebungen der Struktur basiert und welche in [141] vorgeschlagen wird.

Für eine spezielle Diskussion der Anwendung numerischer Verfahren zur Simulation der Schalldämmung von Trennbauteilen sei auf Kapitel 4.2.4 hingewiesen.

1.2 Ziele

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Berechnungsverfahrens, mit dem die Schalltransmission durch verschiedene im Hochbau übliche Wände simuliert werden kann und das sämtliche relevanten physikalischen Vorgänge und Einflußfaktoren berücksichtigt. Damit soll dem Konstrukteur eines Bauvorhabens schon in der Entwurfsphase die Möglichkeit gegeben werden, das Schalldämmverhalten und die für schallschutztechnische Nachweise erforderlichen Kennwerte eines Wandbauteils schnell und effektiv abschätzen und optimieren zu können, ohne kostenintensive und zeitraubende Prüfstandsmessungen vornehmen zu müssen.

Dazu werden in Kapitel 2 nach der Modellbildung die benötigten grundlegenden Gleichungen vorgestellt und diskutiert. Ausgehend von der differentiellen Problembeschreibung der einzelnen Gebiete wird ein gekoppeltes Gesamtgleichungssystem zur Beschreibung des Schalltransmissionsvorgangs hergeleitet, welches insbesondere die Wechselwirkungsbeziehungen zwischen Struktur und Fluid beinhaltet.

In Kapitel 3 erfolgt sowohl für die Wandbauteile wie für die diese umgebende Luft die Umsetzung der Gleichungen in Finite-Element-Formulierungen mit Hilfe der *Methode des gewichteten Residuums*. Für die Biege- und die in-plane Schwingungen der Struktur wie auch für das akustische Fluid werden zwei verschiedene Finite Elemente (FE) mit unterschiedlichen Ansatzfunktionen beschrieben und bezüglich ihrer Eignung untersucht und überprüft.

Auf unterschiedliche Aspekte zur Schalldämmung von Trennbauteilen wird in Kapitel 4 eingegangen. Besonderes Augenmerk wird auf die Diskussion der verschiedenen Wege und Verfahren zur Bestimmung des Schalldämm-Maßes von Wänden gelegt, bevor das in Kapitel 3 beschriebene numerische Verfahren an einem Beispiel getestet wird. Daran schließt sich eine Erläuterung der wesentlichen Einflußfaktoren auf das Schalldämmverhalten von Wandbauteilen an.

In Kapitel 5 erfolgt die Anwendung der entwickelten Berechnungsmethode zunächst an kleineren, einfacheren Beispielen, um den Einfluß einiger konstruktiver sowie materialabhängiger Parameter zu studieren. Abschließend werden Vergleiche von mehreren in der Literatur zu findenden Meßergebnissen für ganz unterschiedliche, realistische Wandkonstruktionen mit Rechenergebnissen durchgeführt. Diese Vergleiche unterstreichen und verdeutlichen die Anwendbarkeit des numerischen Berechnungsverfahrens in der Praxis zur numerischen Simulation des Schalldämmverhaltens von Wänden.

2 Grundlagen und Modellbildung

2.1 Modellierung der Struktur

2.1.1 Das Hamiltonsche Prinzip

Für die Herleitung der Bewegungsgleichungen der Struktur wird hier das *Hamiltonsche Prinzip* benutzt. In der Mechanik kann dieses durch folgende Gleichung beschrieben werden [35]:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (E_{kin} - E_{pot}) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = 0. \quad (2.1)$$

Der Übergang von einem Zustand in einen anderen in einem Zeitintervall $[t_1, t_2]$ geschieht also für ein mechanisches System derart, daß die Variation der Differenz von kinetischer Energie E_{kin} und potentieller Energie E_{pot} zusammen mit der Variation der von außen zugeführten Arbeit W Null ist. Im Folgenden wird dieses allgemeine Prinzip auf plattenförmige Strukturen angewandt.

2.1.2 Schwingungsgleichungen einer Mindlin-Platte

Trennwände des Hochbaus werden in der Regel als plattenförmige Bauteile modelliert und deren Schwingungsverhalten kann mit Hilfe unterschiedlicher Plattentheorien beschrieben werden. In der Mechanik wird für hinreichend dünne Platten (Plattendicke h /Kantenlänge $l < 0,1$) üblicherweise die klassische KIRCHHOFFsche Plattentheorie verwendet, ein Modell einer schubstarren Platte mit kleinen Durchbiegungen. Für dünne bis mäßig dicke Platten ($h/l < 0,2$) findet die MINDLINSche Plattentheorie häufige Anwendung [110]. Diese entspricht einem Modell einer schubelastischen Platte mit kleinen Durchbiegungen und wird auch als Schubdeformationstheorie erster Ordnung bezeichnet. Da sich das h/l -Verhältnis üblicher Wände im Hochbau mitunter im Bereich mäßig dicker Platten befindet und zudem die einfache Biegetheorie bei hohen Frequenzen allmählich ihre Gültigkeit verliert [35], wird hier die MINDLINSche Plattentheorie verwendet. Bei dynamischen Problemen ist nämlich das Verhältnis von Plattendicke h zu Biegewellenlänge λ_B ein entscheidendes Kriterium. Bei Verwendung der KIRCHHOFFschen Plattentheorie sollte $h < \frac{\lambda_B}{6}$ sein ([35], [88]). Dies führt beispielsweise wie in [88] angegeben für Beton zu einer maximal zulässigen Dicke von $h = 6 \text{ cm}$ bei 3200 Hz .

Die ausführliche Herleitung der Bewegungsgleichungen einer schubelastischen Platte mit Hilfe des *Hamiltonschen Prinzips* kann z. B. in [35] nachgeschlagen werden. Hier werden nur die wichtigsten Gleichungen und Voraussetzungen angegeben. Das den weiteren Ausführungen

zugrunde liegende Koordinatensystem bzw. die zugehörigen Plattenbelastungen sind in Abbildung 2.1 dargestellt. Hier sind u , v und w die Verschiebungen der Platte in der Mittelfläche und

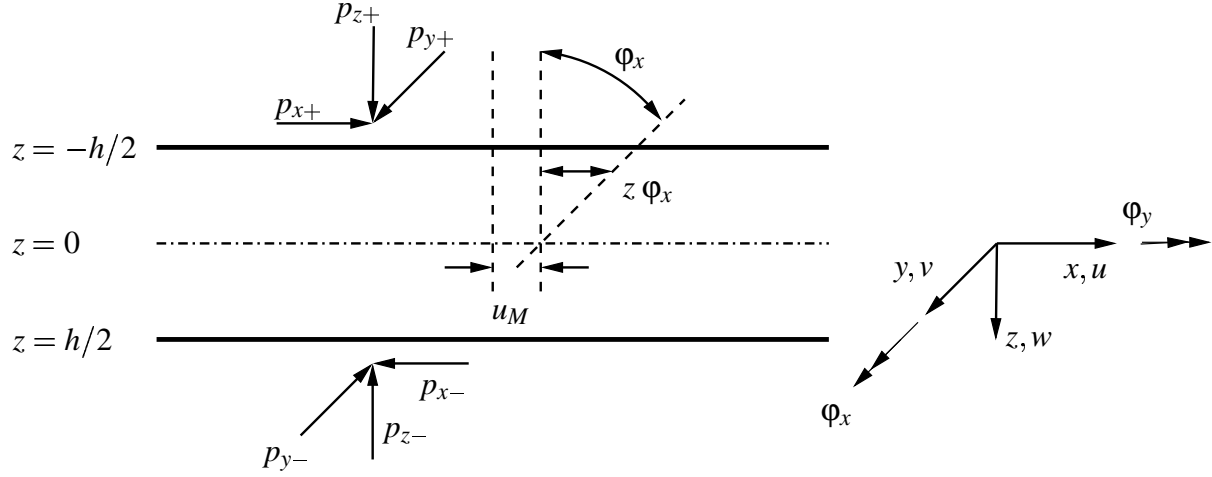


Abbildung 2.1: Koordinatensystem und Plattenbelastungen

ϕ_x , ϕ_y die Rotationen der xz - bzw. der yz - Ebenen. Die p_i sind die äußeren Belastungen in der jeweiligen Koordinatenrichtung und u_M stellt die Verschiebung der Mittelebene in x -Richtung dar.

Im Rahmen der MINDLINSchen Plattentheorie werden folgende Annahmen getroffen [3]:

- Die Plattendicke ist klein im Vergleich zu den übrigen geometrischen Abmessungen, die Durchbiegungen der Platte sind klein im Vergleich zur Dicke und ebenfalls die Neigungen im Vergleich zu Eins.
- Die Plattenverzerrungen sind derart, daß gerade Linienabschnitte, die ursprünglich orthogonal auf der Mittelfläche standen, auch im verzerrten Zustand gerade sind, jedoch nicht orthogonal zur verformten Mittelfläche stehen müssen.
- Die Normalspannungen σ_z normal zur Mittelfläche können vernachlässigt werden (ebener Spannungszustand).

Die Verschiebungen der MINDLIN-Platte lassen sich angeben durch

$$u = u_M + z\phi_x, \quad v = v_M + z\phi_y, \quad w = w. \quad (2.2)$$

Man erhält damit die kinetische Energie zu

$$E_{kin} = \frac{\rho}{2} \iiint \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx dy dz, \quad (2.3)$$

wobei ρ die Dichte der Platte und t die Zeit bedeuten. Nach Einsetzen der Verschiebungen und Integration über die Plattendicke h ergibt sich

$$E_{kin} = \frac{\rho h}{2} \iint \left(\dot{u}_M^2 + \dot{v}_M^2 + \dot{w}^2 + \frac{h^2}{12} (\dot{\phi}_x^2 + \dot{\phi}_y^2) \right) dx dy. \quad (2.4)$$

Hier und im weiteren werden die zeitlichen Ableitungen durch einen Punkt gekennzeichnet.

Zur Herleitung der potentiellen Energie benötigt man zunächst die Normalspannungen σ und die Schubspannungen τ der Platte, die in Abbildung 2.2 dargestellt sind.

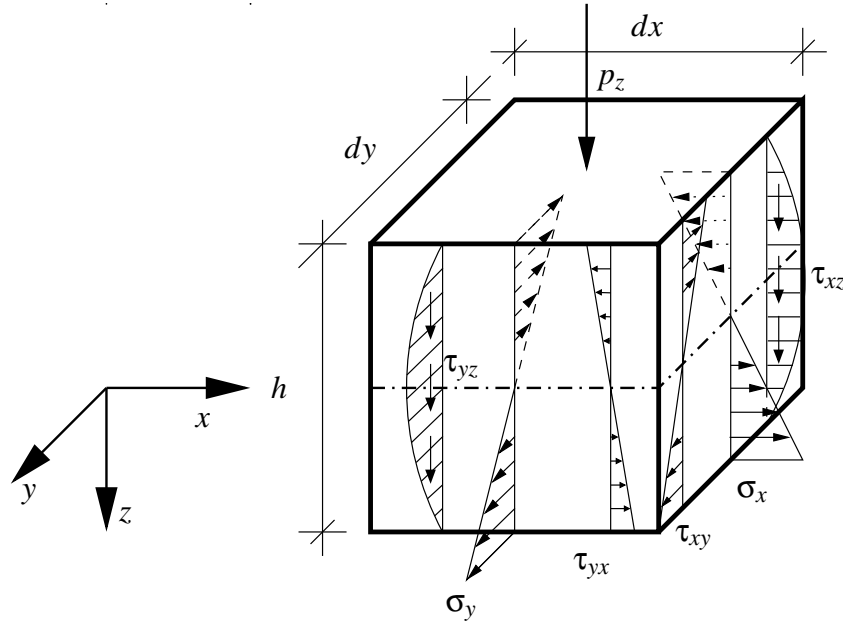


Abbildung 2.2: Spannungen am differentiellen Plattenelement

Die zugehörigen Dehnungen ε bzw. Schubwinkel γ sind

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_M}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_M}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \varphi_x + \frac{\partial w}{\partial x}, \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \varphi_y + \frac{\partial w}{\partial y}, & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_M}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial v_M}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial x}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Mit Hilfe des HOOKEschen Gesetzes $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}\boldsymbol{\varepsilon}$ für isotrope Materialien mit

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}\}^T, \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}\}^T \quad \text{und} \\ \mathbf{E} &= \begin{bmatrix} \frac{E}{(1-\nu^2)} & \frac{E\nu}{(1-\nu^2)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\nu}{(1-\nu^2)} & \frac{E}{(1-\nu^2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.6)$$

gelangt man zu den konstitutiven Gleichungen

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{Ez}{1-\nu^2}(\varphi_{x,x} + \nu\varphi_{y,y}), & \sigma_y &= \frac{Ez}{1-\nu^2}(\varphi_{y,y} + \nu\varphi_{x,x}), \\ \tau_{xy} &= \frac{Ez}{2(1+\nu)}(\varphi_{x,y} + \varphi_{y,x}), & \tau_{yz} &= \frac{E}{2(1+\nu)}(\varphi_y + w_{,y}), \\ \tau_{xz} &= \frac{E}{2(1+\nu)}(\varphi_x + w_{,x}).\end{aligned}\quad (2.7)$$

Der Index hinter dem Komma gibt an, nach welcher Koordinate differenziert wird. E stellt den Elastizitätsmodul und ν die Querkontraktionszahl dar. Das Verhältnis $\frac{E}{2(1+\nu)}$ wird häufig auch durch den Schubmodul G gekennzeichnet. An diesen Elastizitätsgleichungen der schubelastischen Platte kann man erkennen, daß die Spannungen σ_x , σ_y und τ_{xy} wie in der klassischen Theorie, einen linearen Verlauf über h besitzen. Die Schubspannungen τ_{yz} und τ_{xz} sind unabhängig von z und damit konstant über h . Wie in Abbildung 2.2 dargestellt, ergeben sich aber aus den Gleichgewichtsbedingungen am differentiellen Element parabolisch über h verteilte Schubspannungen. Um diesen Fehler der konstanten Schubspannungsverteilung über h zu korrigieren, führt man einen Schubkorrekturfaktor k_S ein, den man z. B. aus energetischen Überlegungen bestimmen kann [4]. MINDLIN stellt heraus, daß der Schubkorrekturfaktor abhängig von ν sei und zwischen $k_S = 0.76$ für $\nu = 0$ und $k_S = 0.91$ für $\nu = 0.5$ variere ([96], [110]). WITTRICK [137] schlägt folgende Gleichung für den Schubkorrekturfaktor vor

$$k_S = \frac{5}{6-\nu}. \quad (2.8)$$

Damit folgt für die Schubspannungen τ_{yz} und τ_{xz}

$$\tau_{yz} = Gk_S(\varphi_y + w_{,y}) \quad \text{bzw.} \quad \tau_{xz} = Gk_S(\varphi_x + w_{,x}). \quad (2.9)$$

Die potentielle Energie ergibt sich aus der Summe der Produkte von Spannungen und zugehörigen Verzerrungen zu

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \iiint (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dx dy dz. \quad (2.10)$$

Nach Integration über die Plattendicke h erhält man

$$\begin{aligned}E_{pot} &= \frac{1}{2} \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \iint (u_{M,x}^2 + 2\nu u_{M,x} v_{M,y} + v_{M,y}^2) dx dy + \frac{Gh}{2} \iint (u_{M,y} + v_{M,x})^2 dx dy \\ &+ \frac{1}{2} \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \frac{h^2}{12} \iint \left(\varphi_{x,x}^2 + 2\nu \varphi_{x,x} \varphi_{y,y} + \varphi_{y,y}^2 + \frac{1-\nu}{2} (\varphi_{x,y} + \varphi_{y,x})^2 \right) dx dy \\ &+ \frac{Ghk_S}{2} \iint \left((\varphi_x + w_{,x})^2 + (\varphi_y + w_{,y})^2 \right) dx dy.\end{aligned}\quad (2.11)$$

Die äußere Arbeit W läßt sich durch

$$W = \iint (p_x u_M + p_y v_M + p_z w) dx dy \quad (2.12)$$

ausdrücken, wenn man annimmt, daß diese nur durch äußere Kräfte pro Flächeneinheit hervorgerufen wird. Die p_i stellen die resultierenden Belastungen in der jeweiligen Richtung dar (beispielsweise ist $p_x = p_x^- - p_x^+$). Kombiniert man die Gleichungen (2.12), (2.11) und (2.4), so ergibt sich nach einigen Rechenschritten und Durchführung der Variation für jede einzelne Verformung ein System von fünf partiellen Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}
 \delta u_M : \quad & \frac{Eh}{1-\nu^2} u_{M,xx} + Gh u_{M,yy} + \frac{1+\nu}{1-\nu} Gh v_{M,xy} - \rho h \ddot{u}_M = -p_x, \\
 \delta v_M : \quad & \frac{Eh}{1-\nu^2} v_{M,yy} + Gh v_{M,xx} + \frac{1+\nu}{1-\nu} Gh u_{M,xy} - \rho h \ddot{v}_M = -p_y, \\
 \delta w : \quad & Ghk_S (\Delta w + \varphi_{x,x} + \varphi_{y,y}) - \rho h \ddot{w} = -p_z, \\
 \delta \varphi_x : \quad & GI \varphi_{x,yy} + B \varphi_{x,xx} + \frac{1+\nu}{2} B \varphi_{y,xy} - Ghk_S (w_{,x} + \varphi_x) - \rho I \ddot{\varphi}_x = 0, \\
 \delta \varphi_y : \quad & GI \varphi_{y,xx} + B \varphi_{y,yy} + \frac{1+\nu}{2} B \varphi_{x,xy} - Ghk_S (w_{,y} + \varphi_y) - \rho I \ddot{\varphi}_y = 0.
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

$B = \frac{EI}{(1-\nu^2)}$ kennzeichnet die Biegesteifigkeit, $I = \frac{h^3}{12}$ das bezogene Flächenträgheitsmoment der Platte und Δ den LAPLACE-Operator ($\Delta w = w_{,xx} + w_{,yy}$). An diesen Gleichungen ist zu erkennen, daß die ersten beiden nur Beziehungen zwischen den unbekannten Verschiebungen u und v der xy -Ebene beschreiben und daß sie zudem völlig unabhängig von den drei restlichen Gleichungen sind. Sie beschreiben die sogenannte in-plane Bewegung der Platte infolge einer äußeren Belastung in x - bzw. y -Richtung. Mit den restlichen drei Gleichungen mit den Unbekannten w , φ_x und φ_y läßt sich die Biegebewegung einer MINDLIN-Platte darstellen. Wie man sieht, werden in dieser Theorie im Unterschied zur KIRCHHOFFSchen Plattentheorie sowohl die endliche Schubsteifigkeit (Ausdrücke, die G enthalten), als auch die Rotationsträgheit (Ausdrücke, die I enthalten) berücksichtigt.

Bisher erfolgte eine Darstellung der Bewegungsgleichungen im Zeitbereich. Geht man davon aus, daß Anregung und Schwingungen der Platte einem harmonischen Zeitverlauf folgen

$$\begin{aligned}
 p_i(\mathbf{x}, t) &= \hat{p}_i(\mathbf{x}) e^{j\omega t}, \\
 w(\mathbf{x}, t) &= \hat{w}(\mathbf{x}) e^{j\omega t}, \\
 \varphi_x(\mathbf{x}, t) &= \hat{\varphi}_x(\mathbf{x}) e^{j\omega t}, \\
 \varphi_y(\mathbf{x}, t) &= \hat{\varphi}_y(\mathbf{x}) e^{j\omega t} \quad \text{etc.},
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

wobei $j = \sqrt{-1}$ die imaginäre Einheit, ω die Kreisfrequenz, \mathbf{x} den räumlichen Koordinatenvektor und eine mit einem $\hat{}$ gekennzeichnete Größe die jeweilige Amplitude darstellt, ergibt sich

für den Frequenzbereich

$$\delta \hat{u}_M : \frac{Eh}{1-\nu^2} \hat{u}_{M,xx} + Gh \hat{u}_{M,yy} + \frac{1+\nu}{1-\nu} Gh \hat{v}_{M,xy} + \omega^2 \rho h \hat{u}_M = -\hat{p}_x, \quad (2.15)$$

$$\delta \hat{v}_M : \frac{Eh}{1-\nu^2} \hat{v}_{M,yy} + Gh \hat{v}_{M,xx} + \frac{1+\nu}{1-\nu} Gh \hat{u}_{M,xy} + \omega^2 \rho h \hat{v}_M = -\hat{p}_y, \quad (2.16)$$

$$\delta \hat{w} : Ghk_S(\Delta \hat{w} + \hat{\phi}_{x,x} + \hat{\phi}_{y,y}) + \omega^2 \rho h \hat{w} = -\hat{p}_z, \quad (2.17)$$

$$\delta \hat{\phi}_x : GI \hat{\phi}_{x,yy} + B \hat{\phi}_{x,xx} + \frac{1+\nu}{2} B \hat{\phi}_{y,xy} - Ghk_S(\hat{w}_{,x} + \hat{\phi}_x) + \omega^2 \rho I \hat{\phi}_x = 0, \quad (2.18)$$

$$\delta \hat{\phi}_y : GI \hat{\phi}_{y,xx} + B \hat{\phi}_{y,yy} + \frac{1+\nu}{2} B \hat{\phi}_{x,xy} - Ghk_S(\hat{w}_{,y} + \hat{\phi}_y) + \omega^2 \rho I \hat{\phi}_y = 0. \quad (2.19)$$

Liegen im folgenden zeitveränderliche Größen vor, wird die Zeitabhängigkeit explizit angegeben, sonst handelt es sich stets um Amplitudenwerte entsprechend Gleichung (2.14), wobei die Kennzeichnung mit dem $\hat{}$ im weiteren der Übersichtlichkeit halber weggelassen wird. Beliebige periodische Schwingungen können aus dem Frequenzbereich mit Hilfe der FOURIER-Analyse (z. B. in [45] zu finden) zurück in den Zeitbereich transformiert werden.

Mit der Einführung des Vektors $\mathbf{u} = (u_M, v_M, w, \phi_x, \phi_y)^T$ für die geometrischen Freiwerte und des Lastvektors $\mathbf{f} = (-p_x, -p_y, -p_z, 0, 0)^T$ kann das Differentialgleichungssystem (2.15 - 2.19) in Matrizenschreibweise dargestellt werden:

$$(\mathcal{K} + \omega^2 \mathcal{M}) \mathbf{u} = \mathbf{f}. \quad (2.20)$$

Dabei sind

$$\mathcal{K} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} \mathcal{K}_{11} & \mathcal{K}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{K}_{21} & \mathcal{K}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{K}_{33} & \mathcal{K}_{34} & \mathcal{K}_{35} \\ 0 & 0 & \mathcal{K}_{43} & \mathcal{K}_{44} & \mathcal{K}_{45} \\ 0 & 0 & \mathcal{K}_{53} & \mathcal{K}_{54} & \mathcal{K}_{55} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

mit

$$\mathcal{K}_{11} = \partial_{xx} + \frac{1-\nu}{2}\partial_{yy} \quad (2.22)$$

$$\mathcal{K}_{12} = \mathcal{K}_{21} = \frac{1+\nu}{2}\partial_{xy} \quad (2.23)$$

$$\mathcal{K}_{22} = \frac{1-\nu}{2}\partial_{xx} + \partial_{yy} \quad (2.24)$$

$$\mathcal{K}_{33} = \frac{1-\nu}{2}k_S(\partial_{xx} + \partial_{yy}) \quad (2.25)$$

$$\mathcal{K}_{34} = \mathcal{K}_{43} = \frac{1-\nu}{2}k_S\partial_x \quad (2.26)$$

$$\mathcal{K}_{35} = \mathcal{K}_{53} = \frac{1-\nu}{2}k_S\partial_y \quad (2.27)$$

$$\mathcal{K}_{44} = \frac{1-\nu}{2}k_S - \frac{h^2}{12}(\partial_{xx} + \frac{1-\nu}{2}\partial_{yy}) \quad (2.28)$$

$$\mathcal{K}_{45} = \mathcal{K}_{54} = -\frac{h^2}{12}\frac{1+\nu}{2}\partial_{xy} \quad (2.29)$$

$$\mathcal{K}_{55} = \frac{1-\nu}{2}k_S - \frac{h^2}{12}(\frac{1-\nu}{2}\partial_{xx} + \partial_{yy}) \quad (2.30)$$

$$\text{und } \mathcal{M} = \rho h \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{h^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{h^2}{12} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Operatormatrizen, die bei einer FE-Formulierung (siehe Abschnitt 3.1) die Steifigkeits- bzw. Massenmatrix der elastischen Struktur ergeben.

Vergleich der Reissnerschen und der Mindlinschen Plattentheorie

Häufig werden die MINDLINSche [110] und die REISSNERSche Plattentheorie [120] als Synonym füreinander benutzt. Da beide jedoch nicht vollständig identisch sind, wird in diesem Abschnitt auf die wesentlichen Unterschiede hingewiesen. Da REISSNER seine Theorie für den statischen Fall herleitete, werden hier als Ausgangspunkt für den Vergleich die Gleichungen (2.17) - (2.19) ebenfalls für die Statik ($\omega = 0$) verwendet. Die Erweiterung der REISSNERSchen Theorie auf den dynamischen Fall bringt prinzipiell keine weiteren Unterschiede mit sich. Für die Statik ergibt sich

$$Ghk_S(\Delta w + \phi_{x,x} + \phi_{y,y}) = -p_z, \quad (2.32)$$

$$Ghk_S(w_{,x} + \phi_x) - GI\phi_{x,yy} - B\phi_{x,xx} - \frac{1+\nu}{2}B\phi_{y,xy} = 0, \quad (2.33)$$

$$Ghk_S(w_{,y} + \phi_y) - GI\phi_{y,xx} - B\phi_{y,yy} - \frac{1+\nu}{2}B\phi_{x,xy} = 0. \quad (2.34)$$

Dieses System von Differentialgleichungen wird nun in eine Differentialgleichung höherer Ordnung umgeformt. Dafür wird die zweite Gleichung (2.33) nach x und die dritte Gleichung (2.34) nach y differenziert und anschließend werden beide Gleichungen addiert. Mit Hilfe der Substitution

$$\Psi = \varphi_{x,x} + \varphi_{y,y} \quad (2.35)$$

gelangt man zu

$$Ghk_S(\Delta w + \Psi) = -p_z, \quad (2.36)$$

$$Ghk_S(\Delta w + \Psi) - B\Delta\Psi = 0. \quad (2.37)$$

Durch Elimination von Ψ gewinnt man daraus

$$B\Delta\Delta w = p_z - \frac{h^2}{6k_S(1-\nu)}\Delta p_z. \quad (2.38)$$

REISSNER leitet eine ganz ähnliche Differentialgleichung her, allerdings geht er dabei etwas anders vor als MINDLIN. Im Gegensatz zur MINDLIN-Theorie werden die Normalspannungen σ_z nicht vernachlässigt, sondern als kubische Funktion von z angenommen, die an den Deckflächen der Platte ($z = \pm \frac{h}{2}$) den dort wirkenden Querbelastungen entsprechen. Wie in Abbildung 2.2 dargestellt, wird für die Schubspannungen ein parabolischer Verlauf angenommen. σ_z läßt sich dann mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingung des räumlichen Spannungszustandes ermitteln. Weiterhin stellen w , φ_x und φ_y resultierende Formänderungsgrößen dar, die sich derart ergeben, daß sie mit den zugehörigen Schnittgrößen dieselben Beiträge zur Formänderungsenergie liefern wie die wirklichen Spannungen und Verschiebungen. Letztendlich erhält REISSNER folgende Plattengleichung

$$B\Delta\Delta w = p_z - \frac{h^2}{10} \frac{2-\nu}{1-\nu} \Delta p_z, \quad (2.39)$$

die sich nur durch den Schubkorrekturfaktor k_S von der MINDLINSchen Plattengleichung unterscheidet. Für $\nu = 0$ stimmen beide Gleichungen überein, wenn $k_S = \frac{5}{6}$ gewählt wird.

2.1.3 Körperschall in plattenförmigen Bauteilen

Bei der Ausbreitung von Schall in festen Körpern treten unterschiedliche Wellenformen auf. Speziell in plattenförmigen Bauteilen sind dies die Biegewellen, die Quasilongitudinal- oder Dehnwellen und die Schubwellen [35], die in Abbildung 2.3 schematisch dargestellt sind.

λ stellt die Wellenlänge dar. Wie man sieht, versteht man unter Dehnwellen Wellen mit longitudinaler Bewegungsrichtung, bei denen auch noch ein geringerer Anteil an Transversalwellen auftritt. Bei Schubwellen steht die Schallschnelle senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle, bei Platten wird die Schubwelle auch als ebene Transversalwelle bezeichnet. In [35] ist nachgewiesen, daß die Gleichungen (2.15) und (2.16) eine Kombination eben dieser beiden in-plane Wellen repräsentieren. Bei der Biegewelle tritt eine transversale und eine Winkelbewegung auf.

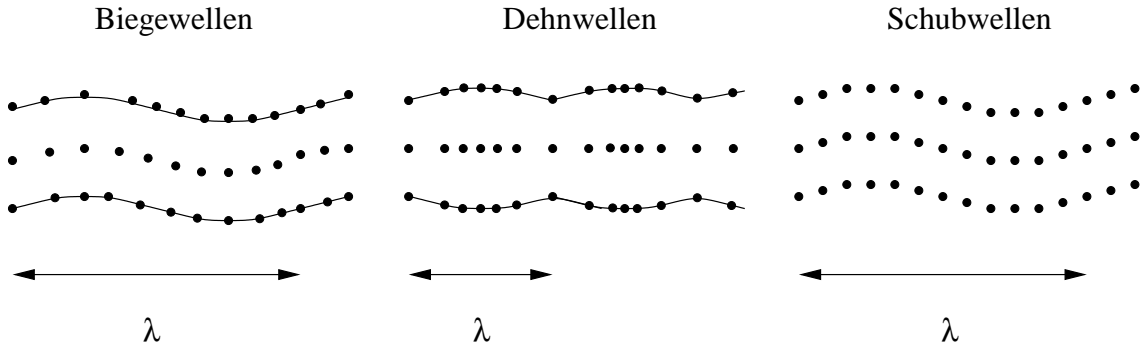


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Wellenausbreitung in Platten

Da eine Bewegung senkrecht zur Oberfläche die grundlegende Bedingung für die Abstrahlung von Schall in das umgebende Medium ist, stellt die BiegeWelle für die Ausbreitung von Körperschall in Platten die wichtigste Wellenart dar. Bei den BiegeWellen ist diese transversale Bewegung am größten. Eine weitere Voraussetzung für die Abstrahlung von Schall ist, daß die Wellenlänge der Plattenwelle größer ist als die Wellenlänge im umgebenden Medium.

Auch wenn die Quasilongitudinalwelle nur eine kleine Bewegung in transversaler Richtung aufweist, darf ihre Auswirkung auf die Körperschallausbreitung dennoch oft nicht vernachlässigt werden, da die in-plane Wellen z. B. an den Ecken eines Raumes zu BiegeWellen umgewandelt werden.

2.1.4 Dämpfung der Plattenschwingungen

Da die Schwingungen realer Bauteile gedämpft werden, ist es erforderlich, ein geeignetes Dämpfungsmodell für die Plattenschwingungen zu wählen. Grundsätzlich sind bei verlustbehafteten Problemstellungen eine Fülle von Dämpfungstypen wie z. B. viskose Dämpfung, Coulombsche Dämpfung, Strukturdämpfung usw. oder auch komplexe Materialmodelle [46] vorstellbar, von denen jedes Modell bei bestimmten Problemen die Wirklichkeit mehr oder weniger gut abbilden kann. In der Akustik ist es üblich, Dämpfungsvorgänge mittels des Modells der Strukturdämpfung, ein frequenzunabhängiger Dämpfungstyp, zu beschreiben ([35], [53]). Ursache dieser Dämpfung ist die Dissipation von Energie aufgrund innerer Reibung, also mikroskopischer Verformungen, Korngrenzenreibung oder Relaxationsvorgängen an Fehlstellen etc. [19]. Voraussetzung für die Anwendung dieses Modells sind allerdings stationär harmonische Schwingungen, nichtharmonische Schwingungsformen können mittels der FOURIER-Analyse berechnet werden. Bei nichtstationären Schwingungsformen können hingegen Probleme wie Nichtkausalitäten auftreten und sie sind deshalb generell nicht mit diesem Ansatz zu behandeln ([19], [35]).

Bei diesem Modell werden die Dämpfungskräfte F_D durch

$$F_D = -\frac{1}{\omega} \mathcal{D} \dot{\mathbf{u}} \quad (2.40)$$

beschrieben, wobei \mathcal{D} eine Dämpfungsmatrix darstellen soll. Die Dämpfungskräfte sind also der Geschwindigkeit entgegengesetzt gerichtet. Durch die Division durch die Eigenfrequenz

ω bzw. bei Fremderregung durch die Erregerfrequenz wird eine frequenzunabhängige Darstellung erreicht. Im Frequenzbereich wird dann aus Gleichung (2.20) die Bewegungsgleichung mit Dämpfung

$$(\omega^2 \mathcal{M} + j \mathcal{D} + \mathcal{K}) = \mathbf{f}. \quad (2.41)$$

Die verbreitete Anwendung des Modells der Strukturdämpfung in der Akustik liegt darin begründet, daß zum einen bei realen kontinuierlichen Systemen oft alle Schwingungsformen gleich stark, eben frequenzunabhängig, gedämpft sind [45] und zum anderen, daß sich die Spannungs-Dehnungsbeziehungen relativ einfach schreiben lassen, indem man die komplexe Schreibweise benutzt und einen komplexen Elastizitätsmodul einführt

$$E = E(1 + j\eta), \quad (2.42)$$

wobei η den Verlustfaktor infolge Strukturdämpfung darstellt. Der Verlustfaktor gibt dabei den Anteil der Energie an, der pro Schwingungsperiode von mechanischer Energie in eine andere Energieform, zumeist Wärme, umgewandelt wird. Da man bei vielen Werkstoffen von einer Proportionalität zwischen der Steifigkeitsmatrix \mathcal{K} und der Dämpfungsmatrix \mathcal{D} ausgehen kann [10], ergibt sich eine „komplexe Steifigkeit“ $(1 + j\eta) \mathcal{K}$ und man kann Gleichung (2.41) auch in folgender Form

$$(\omega^2 \mathcal{M} + [1 + j\eta] \mathcal{K}) \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2.43)$$

schreiben. Verlustfaktoren für Baustoffe bewegen sich in einer Größenordnung von etwa 0.01, wobei dies nur als ein Richtwert dienen kann, da die mechanischen Eigenschaften von Stoffen wie Beton und Ziegelstein stark von der jeweiligen Zusammensetzung und Herstellungsart abhängen.

2.1.5 Orthotrope Platten

Bei der Ableitung der Bewegungsgleichungen in Kapitel 2.1.2 wurde das HOOKEsche Gesetz für isotrope Materialien, Gleichung (2.6), benutzt. Viele im Hochbau übliche Wände, z. B. Fachwerks- oder Mauerwerkswände sowie leichte Trennwände aus Gipskartonplatten, kann man aber nicht mehr als isotrop bezeichnen. Deswegen werden die Elastizitätsmatrix \mathbf{E} und damit einhergehend auch die Schwingungsgleichungen der MINDLIN-Platte (2.15) - (2.19) hinsichtlich orthogonal anisotroper oder kurz orthotroper Materialien erweitert. Orthotrope Werkstoffe wie z. B. Holz oder bewehrter Beton weisen nur drei rechtwinklig aufeinander stehende Materialsymmetrieebenen auf, wodurch sich die Zahl der unabhängigen elastischen Kennwerte von zwei bei isotropen auf sechs erhöht, wenn man weiterhin von einem ebenen Spannungszustand ausgeht [114]. Im dreidimensionalen Fall hingegen werden neun unabhängige elastische Kennwerte zur eindeutigen Beschreibung des Deformationsverhaltens orthotroper Materialien

benötigt [94]. Hier ergibt sich zunächst als Elastizitätsmatrix [3]

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \frac{E_x}{(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} & \frac{E_y\nu_{xy}}{(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_x\nu_{yx}}{(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} & \frac{E_y}{(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{Sxz}G_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{Syz}G_{yz} \end{bmatrix}, \quad (2.44)$$

wobei E_x und E_y die Elastizitätsmoduli in Richtung der jeweiligen Koordinatenachse und G_{xy} , G_{xz} und G_{yz} die Schubmoduli beschreiben, die das Scherverhalten zwischen den jeweiligen Achsen charakterisieren. Die Querdehnzahlen sind in der Weise indiziert, daß der erste Index die Dehnungsrichtung und der zweite die Richtung der Normalspannung angibt, durch die diese Dehnung hervorgerufen wird. Die Terme k_{Sxz} und k_{Syz} stellen die Schubkorrekturfaktoren in der x, z - bzw. y, z -Ebene dar und können beispielsweise nach einem Verfahren von REISSNER, das auf Überlegungen zur Ergänzungsarbeit beruht, ermittelt werden ([3], [114]). Für homogenes Material erhält man mit diesem Ansatz wie in Kapitel 2.1.2 einen Wert von $k_{Sxz} = k_{Syz} = \frac{5}{6}$. Die Schwingungsgleichungen orthotroper MINDLIN-Platten lassen sich demnach folgendermaßen schreiben

$$\delta u_M : \frac{E_x h}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} u_{M,xx} + G_{xy} h u_{M,yy} + \left(\frac{\nu_{yx} E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + G_{xy} \right) h v_{M,xy} + \omega^2 \rho h u_M = -p_x, \quad (2.45)$$

$$\delta v_M : \frac{E_y h}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} v_{M,yy} + G_{xy} h v_{M,xx} + \left(\frac{\nu_{xy} E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + G_{xy} \right) h u_{M,xy} + \omega^2 \rho h v_M = -p_y, \quad (2.46)$$

$$\delta w : G_{xz} h k_{Sxz} (w_{,xx} + \varphi_{x,x}) + G_{yz} h k_{Syz} (w_{,yy} + \varphi_{y,y}) + \omega^2 \rho h w = -p_z, \quad (2.47)$$

$$\delta \varphi_x : G_{xy} I (\varphi_{x,yy} + \varphi_{y,xy}) + B_x (\varphi_{x,xx} + \nu_{yx} \varphi_{y,xy}) - G_{xz} h k_{Sxz} (w_{,x} + \varphi_x) + \omega^2 \rho I \varphi_x = 0, \quad (2.48)$$

$$\delta \varphi_y : G_{xy} I (\varphi_{y,xx} + \varphi_{x,xy}) + B_y (\varphi_{y,yy} + \nu_{xy} \varphi_{x,xy}) - G_{yz} h k_{Syz} (w_{,y} + \varphi_y) + \omega^2 \rho I \varphi_y = 0. \quad (2.49)$$

Hierbei bedeuten

$$B_x = \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \quad \text{und} \quad B_y = \frac{E_y h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \quad (2.50)$$

die orientierten Plattensteifigkeiten in x - bzw. y -Richtung [63]. Zu beachten ist weiterhin folgender Zusammenhang zwischen Elastizitätsmoduli und Querkontraktionszahlen

$$E_x \nu_{yx} = E_y \nu_{xy}, \quad (2.51)$$

der sich aus der Anwendung des Satzes von BETTI ableiten läßt [63].

2.1.6 Homogenisierung komplexer Wandaufbauten

In der Regel bestehen übliche Innen- wie Außenwände des Hochbaus aus mehreren unterschiedlichen Materialien mit ganz verschiedenen Eigenschaften. Das Verhalten der Wand wird durch

die Eigenschaften der einzelnen Wandbauteile, z. B. deren Volumen- und Massenanteile und die Art und Weise der Verbindung, charakterisiert. Deswegen sollte eine Modellierung dieser Wände solche mitunter stark ausgeprägten Heterogenitäten unbedingt berücksichtigen. Diesem Anspruch steht aber ein dadurch stark steigender Berechnungsaufwand gegenüber. Man stelle sich nur einmal eine Mauerwerkswand vor, bei der jeder Stein und jede Fuge diskretisiert werden müßte. Hier bietet sich als Kompromiß die Bestimmung effektiver Kennwerte an. Dies kann beispielsweise durch den Einsatz einfacher Mischungsregeln oder durch die Anwendung von sogenannten Homogenisierungsverfahren erfolgen. Die Mischungsregeln lassen sich auf zwei Modelle, zum einen das von VOIGT, welches gleiche Dehnungen der Einzelkomponenten voraussetzt, und zum anderen das von REUSS, welches gleiche Spannungen postuliert, zurückführen [29]. Homogenisierungsmethoden finden insbesondere bei den Verbundwerkstoffen und in Bezug auf periodische Medien häufige Anwendung [123].

Hier wird ein Verfahren zur Homogenisierung eingesetzt, das von SALAMON [122] für geschichtetes Gestein entwickelt, von GERRARD [62] erweitert und von PANDE et al. [115] zunächst für in seiner Ebene belastetes Mauerwerk verwendet wurde, bevor es auf Mauerwerk mit Querbelastung angewendet wurde [91]. Das Ergebnis dieses Verfahrens ist ein äquivalentes, homogenisiertes Material mit effektiven elastischen Kennwerten, das in seinem Verhalten dem des vorher heterogenen weitestgehend entspricht. Die ausführliche Herleitung kann an den genannten Literaturstellen nachgelesen werden, hier werden zunächst die dort getroffenen Annahmen wiedergegeben. Als Voraussetzungen zur Anwendung des Verfahrens werden folgende Punkte genannt:

- Jede Einzelschicht ist homogen und maximal orthotrop, d. h. isotropes bzw. transversal isotropes Materialverhalten sind als Spezialfall enthalten.
- Zwischen den einzelnen Schichten finden keine relativen Verschiebungen statt.
- Bei der Homogenisierung von z. B. Mauerwerk wird angenommen, daß auch die senkrechten Mörtelfugen durchgehend sind. Trotz dieser fraglichen Annahme traten keine signifikanten Effekte auf [90].
- Die Abmessungen des Gesamtsystems sind groß im Vergleich zu den Dicken der Einzelschichten.

Wie bei GERRARD in [62] wird die Homogenisierung, sofern erforderlich, zuerst in y -Richtung, d. h. bei Mauerwerk auf Stein und waagerechte Mörtelfuge, danach in x -Richtung (auf homogenisiertes Material und senkrechte Fuge) angewandt. Darüberhinaus erfolgt hier eine Erweiterung des Prinzips in z -Richtung, um eventuelle Putzschichten berücksichtigen zu können.

Die elastischen Eigenschaften des äquivalenten Materials werden in Abhängigkeit der Eigenschaften und Dicken der einzelnen Schichten ausgedrückt. Diese Beziehungen werden durch einen Vergleich der Formänderungsenergien des homogenisierten und des ursprünglichen Materials abgeleitet. Das repräsentative Elementarvolumen mit den einzelnen Schichten und Schichtdicken ist für den Fall zweier alternierender orthotroper Schichten i und j pro Richtung in Abbildung 2.4 dargestellt. Desweiteren sind die Einzelschritte der Homogenisierung schematisch aufgeführt. Das äquivalente Material wird mit k gekennzeichnet und es wird an-

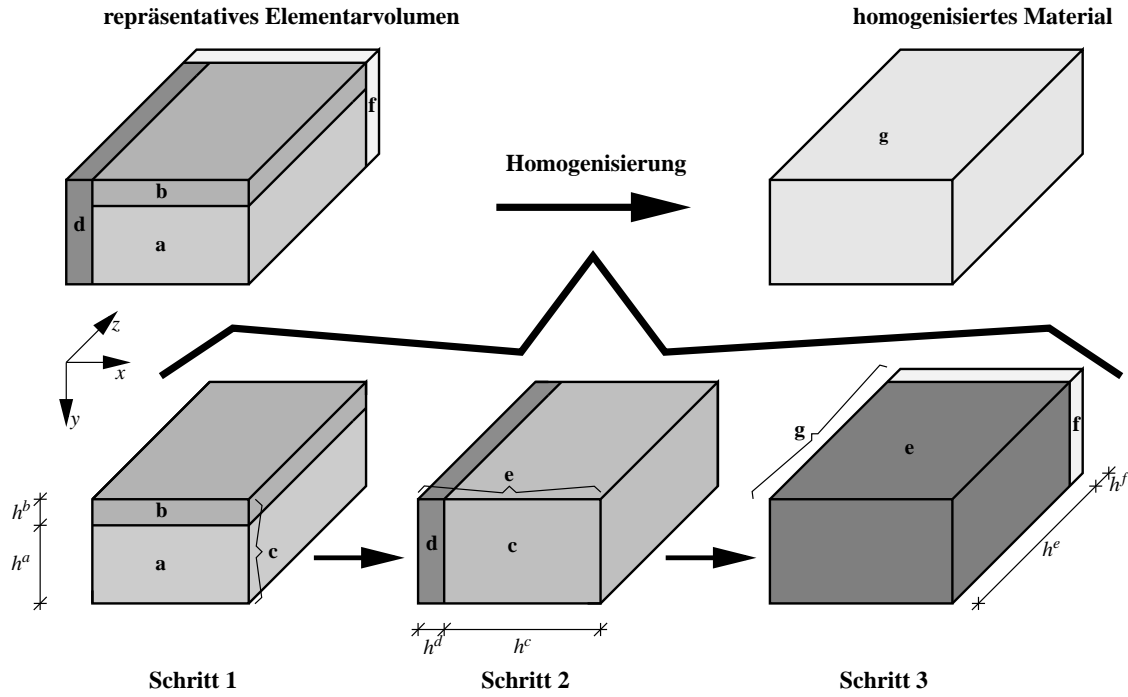


Abbildung 2.4: Repräsentatives Elementarvolumen und homogenisiertes Material

genommen, daß die geschichteten Ebenen jeweils senkrecht zu einer der Koordinatenachsen x , y oder z verlaufen. Die Homogenisierung wird, wie in Abbildung 2.4 zu sehen, schrittweise durchgeführt. Der erste Schritt erfolgt in y -Richtung und führt aus den beiden Einzelschichten a und b zum homogenisierten Material c , bei dem zweiten in x -Richtung entsteht das Material e aus c und d und durch den letzten in z -Richtung gelangt man zum vollständig homogenisierten Material g (aus e und f).

Im einzelnen gelten für jede Schicht i die Spannungs-Dehnungsbeziehungen für orthotropes Material

$$\begin{aligned}
 \epsilon_1^i &= \frac{1}{E_1^i} (\sigma_1^i - \nu_{12}^i \sigma_2^i - \nu_{13}^i \sigma_3^i), \\
 \epsilon_2^i &= \frac{1}{E_2^i} (-\nu_{21}^i \sigma_1^i + \sigma_2^i - \nu_{23}^i \sigma_3^i), \\
 \epsilon_3^i &= \frac{1}{E_3^i} (-\nu_{31}^i \sigma_1^i - \nu_{32}^i \sigma_2^i + \sigma_3^i), \\
 \gamma_{12}^i &= \frac{\tau_{12}^i}{G_{12}^i}, \quad \gamma_{13}^i = \frac{\tau_{13}^i}{G_{13}^i}, \quad \gamma_{23}^i = \frac{\tau_{23}^i}{G_{23}^i}.
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

Die relativen Dicken je Richtung ergeben sich aus

$$T^i = \frac{h^i}{(h^i + h^j)} \quad \text{bzw.} \quad T^j = \frac{h^j}{(h^i + h^j)}. \tag{2.53}$$

Damit gilt

$$T^i + T^j = 1. \quad (2.54)$$

Die mittleren Spannungen ($\sigma_1, \sigma_2, \dots$) und Verzerrungen ($\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$) des Gesamtquerschnitts lassen sich aus den Spannungen und Verzerrungen der Einzelschichten wie folgt ermitteln:

$$\sigma_1 = \frac{1}{V} \sum_i \int_{V^i} \sigma_1^i dV, \text{etc.} \quad \text{bzw.} \quad \epsilon_1 = \frac{1}{V} \sum_i \int_{V^i} \epsilon_1^i dV, \text{etc.} \quad (2.55)$$

V^i ist dabei das Volumen der Schicht i des repräsentativen Materials und V das Gesamtvolumen sowohl des repräsentativen als auch des homogenisierten Materials. Die Spannungs-Dehnungsbeziehungen für das äquivalente, homogenisierte Material ergeben sich aus der Bedingung, daß dessen gespeicherte Formänderungsenergie der des ursprünglichen Materials gleicht. Dafür werden Hilfsspannungen (S_1, S_2, S_{12}) und -verzerrungen (e_3, e_{13}, e_{23}) eingeführt, die beschreiben, wie die Spannungen und Verzerrungen in jeder Schicht des ursprünglichen Materials von den mittleren Spannungen und Verzerrungen des Gesamtquerschnitts abweichen. Damit gelangt man, wenn man annimmt, daß die z -Richtung senkrecht auf der Schichtebene steht, zu folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} \sigma_1^i &= \sigma_1 + S_1^i, & \sigma_2^i &= \sigma_2 + S_2^i, & \sigma_3^i &= \sigma_3, \\ \tau_{12}^i &= \tau_{12} + S_{12}^i, & \tau_{13}^i &= \tau_{13}, & \tau_{23}^i &= \tau_{23}, \\ \epsilon_1^i &= \epsilon_1, & \epsilon_2^i &= \epsilon_2, & \epsilon_3^i &= \epsilon_3 + e_3^i, \\ \gamma_{12}^i &= \gamma_{12}, & \gamma_{13}^i &= \gamma_{13} + e_{13}^i, & \gamma_{23}^i &= \gamma_{23} + e_{23}^i. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Aus Gründen der Verträglichkeit an den Kontaktflächen der Einzelschichten weichen manche Spannungen und Verzerrungen der jeweiligen Schicht nicht von den mittleren Spannungen und Verzerrungen des gesamten Querschnitts ab. So verlaufen sowohl die Spannungen σ_3, τ_{13} und τ_{23} als auch die Verzerrungen ϵ_1, ϵ_2 und γ_{12} stetig über die Schichtebenen. Da die Formänderungsenergien im ursprünglichen und im äquivalenten Material gleich sein sollen, gilt außerdem für das Produkt der relativen Dicken mit den jeweiligen Hilfsspannungen und -verzerrungen, daß es in der Summe über alle Schichten zu Null wird:

$$\begin{aligned} \sum_i T^i S_1^i &= 0, & \sum_i T^i S_2^i &= 0, & \sum_i T^i S_{12}^i &= 0, \\ \sum_i T^i e_3^i &= 0, & \sum_i T^i e_{13}^i &= 0, & \sum_i T^i e_{23}^i &= 0. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Durch Einsetzen der Spannungen und Verzerrungen (2.56) in die Spannungs-Dehnungsbeziehungen (2.52) kann man unter Verwendung von (2.57) die Hilfsspannungen und -verzerrungen eliminieren und erhält sechs Beziehungen zwischen den mittleren Spannungen und den mittleren Verzerrungen. Diese stellen die Spannungs-Dehnungsbeziehungen des äquivalenten Materials dar. Die elastischen Kennwerte des äquivalenten homogenisierten

Materials lassen sich dann folgendermaßen bestimmen: Mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned}
\theta &= \frac{T^i E_2^i}{1 - v_{12}^i v_{21}^i} + \frac{T^j E_2^j}{1 - v_{12}^j v_{21}^j}, \\
\beta &= \frac{T^i E_1^i}{1 - v_{12}^i v_{21}^i} + \frac{T^j E_1^j}{1 - v_{12}^j v_{21}^j}, \\
\zeta &= \frac{T^i v_{12}^i E_2^i}{1 - v_{12}^i v_{21}^i} + \frac{T^j v_{12}^j E_2^j}{1 - v_{12}^j v_{21}^j}, \\
\chi^i &= \frac{T^i (v_{13}^i + v_{12}^i v_{23}^i)}{1 - v_{12}^i v_{21}^i}, \quad \chi^j = \frac{T^j (v_{13}^j + v_{12}^j v_{23}^j)}{1 - v_{12}^j v_{21}^j}, \\
\Xi^i &= \frac{T^i (v_{23}^i + v_{21}^i v_{13}^i)}{1 - v_{12}^i v_{21}^i}, \quad \Xi^j = \frac{T^j (v_{23}^j + v_{21}^j v_{13}^j)}{1 - v_{12}^j v_{21}^j}, \\
\chi &= \chi^i + \chi^j, \quad \Xi = \Xi^i + \Xi^j,
\end{aligned} \tag{2.58}$$

ergibt sich für die Querkontraktionszahlen

$$v_{12}^k = \frac{\zeta}{\theta}, \quad v_{13}^k = \frac{\chi\theta - \Xi\zeta}{\theta}, \quad v_{23}^k = \frac{\Xi\beta - \chi\zeta}{\beta}, \tag{2.59}$$

für die Elastizitätsmoduli

$$\begin{aligned}
E_1^k &= \frac{\theta\beta - \zeta^2}{\theta}, \\
E_2^k &= \frac{\theta\beta - \zeta^2}{\beta}, \\
\frac{1}{E_3^k} &= \frac{T^i}{E_3^i} + \frac{T^j}{E_3^j} + \frac{v_{13}^k}{E_1^k} \chi + \frac{v_{23}^k}{E_2^k} \Xi - \frac{v_{13}^i}{E_1^i} \chi^i - \frac{v_{13}^j}{E_1^j} \chi^j - \frac{v_{23}^i}{E_2^i} \Xi^i - \frac{v_{23}^j}{E_2^j} \Xi^j
\end{aligned} \tag{2.60}$$

und die Schubmoduli lassen sich durch

$$G_{12}^k = T^i G_{12}^i + T^j G_{12}^j, \quad \frac{1}{G_{13}^k} = \frac{T^i}{G_{13}^i} + \frac{T^j}{G_{13}^j}, \quad \frac{1}{G_{23}^k} = \frac{T^i}{G_{23}^i} + \frac{T^j}{G_{23}^j} \tag{2.61}$$

beschreiben. Die verbleibenden Querdehnzahlen können analog zu Gleichung (2.51) aus den Beziehungen

$$\frac{v_{21}^k}{v_{12}^k} = \frac{E_2^k}{E_1^k}, \quad \frac{v_{31}^k}{v_{13}^k} = \frac{E_3^k}{E_1^k}, \quad \frac{v_{32}^k}{v_{23}^k} = \frac{E_3^k}{E_2^k} \tag{2.62}$$

bestimmt werden. Für das in Abbildung 2.4 dargestellte Beispiel sind die einzelnen Schritte der Homogenisierung zur Verdeutlichung in Tabelle 2.1 aufgeführt.

Das Ergebnis der Homogenisierung nach diesem Verfahren stellt ein äquivalentes Material mit orthotropen Eigenschaften dar, mit dem man die weiteren Berechnungen wie gewohnt durchführen kann.

Schritt	Index '1'	Index '2'	Index '3'	Material 'i'	Material 'j'	äquivalentes Material 'k'
1	y	x	z	a	b	c
2	x	y	z	c	d	e
3	z	x	y	e	f	g

Tabelle 2.1: Homogenisierung in drei Schritten

2.2 Modellierung des Fluids

2.2.1 Schallausbreitung in kompressiblen Fluiden

Die Herleitung der die Schallausbreitung in kompressiblen Gasen und Flüssigkeiten beschreibenden grundlegenden Gleichung kann wiederum mit Hilfe des *Hamiltonschen Prinzips*, Gleichung (2.1), erfolgen [37]. In den Lehrbüchern über Akustik (z.B. [53], [74] oder [87]) wird aber üblicherweise ein anderer Weg eingeschlagen, der hier kurz wiedergegeben werden soll.

Schall breitet sich in kompressiblen Fluiden nur in Form von Dichtewellen, siehe Abbildung 2.5, mit longitudinaler Bewegung aus, da diese im Gegensatz zu festen Körpern keine Schubspannungen aufnehmen können. Das Schallfeld lässt sich durch die beiden orts- und

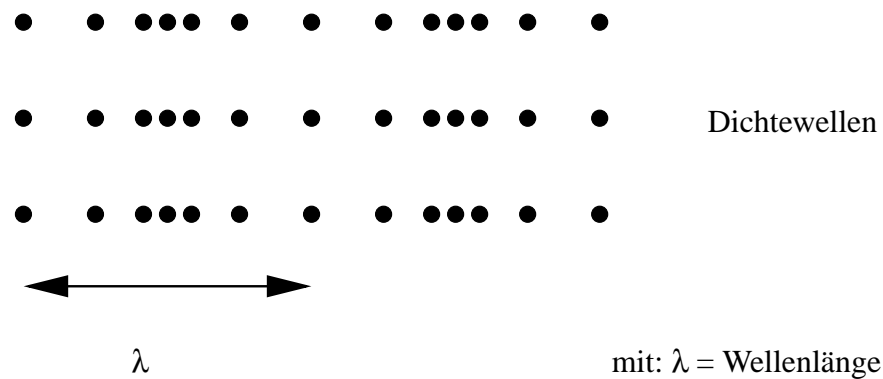


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung der Wellenausbreitung in kompressiblen Fluiden

zeitabhängigen Feldgrößen, den skalaren Schalldruck p und die vektorielle Schallschnelle \mathbf{v} , beschreiben. Beide Feldgrößen sind über die NEWTONsche Kraftgleichung

$$\rho_F \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\text{grad} p \quad (2.63)$$

miteinander verknüpft, wobei ρ_F die Dichte des Fluids bedeutet. Eine weitere Beziehung stellt die Kontinuitätsgleichung dar

$$\rho_F \text{div } \mathbf{v} = -\frac{\partial \rho_F}{\partial t}. \quad (2.64)$$

Mit Hilfe des Zusammenhangs [15]

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c_F^2 \frac{\partial \rho_F}{\partial t} \quad (2.65)$$

erhält man die Kontinuitätsgleichung in folgender Form

$$\rho_F \operatorname{div} \mathbf{v} = -\frac{1}{c_F^2} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2.66)$$

Hier stellt c_F die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwellen bzw. die Schallgeschwindigkeit des Fluides dar. Bei den Herleitungen dieser Gleichungen werden die in der linearen Akustik üblichen Annahmen getroffen [18]:

- Die thermischen Zustandsänderungen erfolgen adiabatisch.
- Der Schallwechseldruck sei klein gegenüber dem atmosphärischen Druck, ebenso die Wechseldichte gegenüber der Ruhedichte und die Schallschnelle gegenüber der Schallgeschwindigkeit, die allein temperaturabhängig sei.
- Das schallführende Medium befinde sich in einem ruhenden Zustand.

Differenziert man Gleichung (2.63) nach dem Ort und Gleichung (2.66) nach der Zeit, erhält man nach Eliminierung der Schallschnelle \mathbf{v} die Wellengleichung für den Schalldruck p

$$\Delta p = \frac{1}{c_F^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.67)$$

mit dem LAPLACE-Operator $\Delta = \operatorname{div} \operatorname{grad}$. Wird wiederum eine harmonische Zeitabhängigkeit für den Schalldruck p entsprechend Gleichung (2.14) angenommen, folgt aus der Wellengleichung die HELMHOLTZ-Gleichung

$$\Delta p + k^2 p = 0 \quad (2.68)$$

mit der Wellenzahl $k = \frac{\omega}{c_F}$.

2.2.2 Schallreflexion - Randbedingungen für das Fluid

Besitzt das Fluid keine unendliche Ausdehnung, sondern ist es beispielsweise durch Wände begrenzt, werden auftreffende Schallwellen je nach Beschaffenheit der Begrenzungsfläche verschieden stark reflektiert. In Abbildung 2.6 sind die Verhältnisse schematisch dargestellt.

Die einfallende Schallwelle mit der Druckamplitude p_e trifft auf die Wand, ein Teil der Schallwellen wird reflektiert (p_r) und ein Teil wird absorbiert (p_a) bzw. transmittiert (p_t) und in den jenseitigen Luftraum abgestrahlt. Zur Erfassung dieser Zusammenhänge dienen einige akustische Kennwerte. So beschreibt der Reflexionsfaktor r das Verhältnis von reflektierter zu einfallender und der Absorptionsfaktor a das von absorbiert zu einfallender Druckamplitude

$$r = \frac{p_r}{p_e}, \quad a = \frac{p_a}{p_e}. \quad (2.69)$$

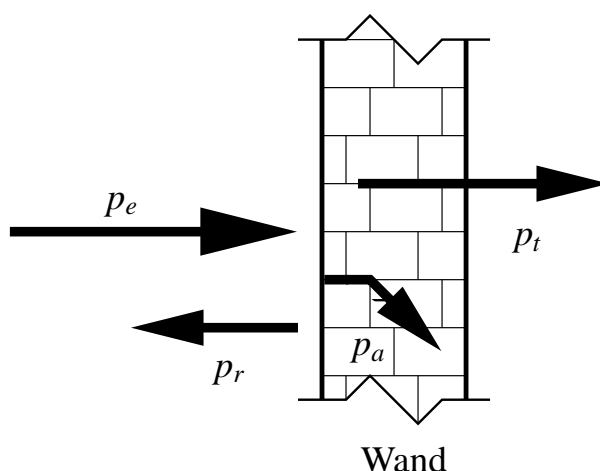


Abbildung 2.6: Reflexion einer Schallwelle an einer Wand

Der Schalltransmissionsgrad τ gibt das Verhältnis zwischen der abgestrahlten und der auf das Trennbauteil auftreffenden Schalleistung an. Mit dessen Hilfe kann man das Schalldämm-Maß R , den maßgeblichen Kennwert zur Beschreibung der Schalldämmwirkung des Bauteils, aus

$$R = 10 \log \frac{1}{\tau} \quad [dB] \quad (2.70)$$

bestimmen. Der Schallabsorptionsgrad α kennzeichnet das Absorptionsvermögen eines Materials. Er berechnet sich aus dem Verhältnis der von dem Material absorbierten zur auftreffenden Schallenergie, ist frequenzabhängig und steht mit dem Reflexionsfaktor in folgendem Zusammenhang ([74], [75]):

$$\alpha = \frac{(p_a)^2}{(p_e)^2} = 1 - r^2. \quad (2.71)$$

In der Praxis unterscheidet man zwei Grenzfälle, die schallharte und die schallweiche Wand. Im Fall der schallharten Wand (ein Sonderfall einer sogenannten NEUMANNschen Randbedingung) ist $r = +1$, $a = +2$ und $\alpha = 0$. Das bedeutet, daß sich der Schalldruck vor der Wand infolge der Reflexion gegenüber der einfallenden Welle verdoppelt und die Schallschnelle gleich Null wird. Bei einer schallweichen Wand ist $r = -1$, $a = 0$ und $\alpha = 0$, woraus folgt, daß der Schalldruck vor der Wand gleich Null wird und die Schnelle sich verdoppelt (ein Sonderfall einer sogenannten DIRICHLETSchen Randbedingung). In beiden Grenzfällen treten also keine Absorptionen auf. In der Realität wird allerdings immer ein Teil der einfallenden Schallenergie „geschluckt“. In [75] sind die Schallabsorptionsgrade verschiedener Materialien angegeben, beispielsweise für Sichtbeton ein Bereich von $\alpha = 0,01$ bei 125 Hz bis $\alpha = 0,03$ bei 4000 Hz und für Velourfußboden ein Bereich von $\alpha = 0,03$ bei 125 Hz bis $\alpha = 0,55$ bei 4000 Hz.

2.3 Modellierung porösen Materials

Zur Verbesserung der Wärme- sowie Schalldämmung von Trennwänden werden diese häufig mehrschalig ausgeführt, wobei der Zwischenraum in der Regel mit einem porösen Dämmstoff

wie z. B. Mineralfaserdämmung gefüllt wird. Diese poröse, absorbierende Zwischenschicht hat einen großen Einfluß auf das Schalldämmverhalten des Bauteils und muß daher durch eine geeignete Theorie beschrieben werden.

Grundsätzlich werden in der Literatur (z. B. [14], [116]) zwei Vorgehensweisen zur Beschreibung des akustischen Verhaltens poröser Materialien unterschieden. Auf der einen Seite die Modellierung als poroelastisches Medium, die im wesentlichen auf BIOT [22] zurückgeht. In dieser Theorie werden sowohl die Bewegungen der Fluid- als auch die der elastischen Festkörperphase berücksichtigt, so daß drei Wellenformen der Schallausbreitung, zwei Dichtewellen und eine Schubwelle, gleichzeitig erfaßt werden können. Durch die Kombination von Gleichgewichtsbedingungen und Spannungs-Dehnungsbeziehungen für beide Bestandteile des porösen Materials erhält man ein gekoppeltes Gleichungssystem mit wenigstens vier Freiheitsgraden, beispielsweise den drei Festkörperverschiebungen und dem Porenfluiddruck. Aktuelle Untersuchungen von poroelastischem Material nach diesem Ansatz sind z. B. sowohl mit der FEM [66] als auch mit der REM [126] durchgeführt worden. Bei der anderen Art der Modellierung wird das poröse Material wie ein äquivalentes Fluid behandelt, beispielsweise mit effektiven Werten für den Strömungswiderstand und den sogenannten Strukturfaktor [14] oder für die Dichte und den Kompressionsmodul [28]. Diese Vorgehensweise ist allerdings nur anwendbar für poröse Materialien mit entweder starrer, bewegungsloser oder sehr weicher Festkörperphase. Unter diesen Voraussetzungen breitet sich nur eine Dichtewelle im luftgesättigten Medium aus und als grundlegende Gleichung kann die HELMHOLTZ-Gleichung verwendet werden.

Im folgenden wird die Modellierung mittels des äquivalenten Fluid-Ansatzes von CHAMPOUX und ALLARD [28] weiterverfolgt, da es sich zum einen bei den im Hochbau verwendeten Dämmstoffen meist um sehr weiche Materialien wie eben Mineralfaserdämmung handelt und zum anderen bei Verwendung dieser Methode prinzipiell keine neuen Freiheitsgrade eingeführt werden, so daß sich das Gesamtgleichungssystem nicht weiter vergrößert. Wie oben erwähnt können die akustischen Eigenschaften eines solchen porösen Materials durch die beiden frequenzabhängigen Kenndaten effektive Dichte $\rho_e(\omega)$ und effektiver Kompressionsmodul $K(\omega)$ beschrieben werden. Wenn man berücksichtigt, daß sich die Schallgeschwindigkeit c_F in der HELMHOLTZ-Gleichung (2.68) aus der Dichte und dem Kompressionsmodul wie folgt ergibt [37]

$$c_F = \sqrt{\frac{K(\omega)}{\rho_e(\omega)}}, \quad (2.72)$$

erhält man diese modifizierte Form der HELMHOLTZ-Gleichung

$$\Delta p + \omega^2 \frac{\rho_e(\omega)}{K(\omega)} p = 0, \quad (2.73)$$

wobei die Bestimmung der effektiven Kennwerte im Anhang A zu finden ist. Mit diesen Werten werden, sofern erforderlich, die weiteren Berechnungen durchgeführt.

2.4 Kopplung von Fluid und Struktur

Um die Wechselwirkungen von elastischer Struktur und von umgebender Luft erfassen zu können, stehen prinzipiell zwei Alternativen zur Verfügung. Bei der ersten Möglichkeit wird jedes Untersuchungsgebiet zunächst für sich betrachtet, wobei die Verknüpfung über die Lastterme auf der jeweils rechten Seite der Gleichungssysteme erfolgt. Diese Gleichungssysteme können anschließend jeweils für die Unbekannten des zugehörigen Gebietes mit möglicherweise ganz unterschiedlichen Programmen gelöst werden, wobei unbedingt ein Informationstransfer, eine Überprüfung der Konvergenz sowie eine Synchronisierung des Gesamtprozesses sichergestellt sein muß [27]. Die Lösung erfolgt in der Regel mit einem iterativen Gleichungslöser. Vorteile dieser Vorgehensweise sind die Möglichkeit der Verwendung von effektiven Spezialprogrammen für jedes Gebiet und eine relativ einfache Umsetzung auf Parallelrechnern. Bei der zweiten Alternative werden alle Untersuchungsgebiete simultan betrachtet, was zu einem größeren Gesamtgleichungssystem führt, welches für alle Unbekannten gleichzeitig gelöst wird. Die Verknüpfung der verschiedenen Gebiete ist hier implizit über die Formulierung von Kopplungsbedingungen enthalten und es kann ein direkter Gleichungslöser verwendet werden. Im weiteren wird die zweite Strategie verfolgt, da hierin sämtliche Wechselwirkungseffekte zwischen Struktur und Fluid ohne weitere Maßnahmen wie etwa die Überprüfung der Konvergenz automatisch enthalten sind.

Die Kopplung zur Berücksichtigung der Interaktion von flexibler Wand und umgebender Luft erfolgt an den Berührungs- oder Grenzflächen der unterschiedlichen Gebiete mit Hilfe von Kopplungsbedingungen, die die zur Wand gehörenden Größen mit denen des Fluids verknüpfen. In Abbildung 2.7 sind die Verhältnisse einmal schematisch dargestellt, wobei die Normalenvek-

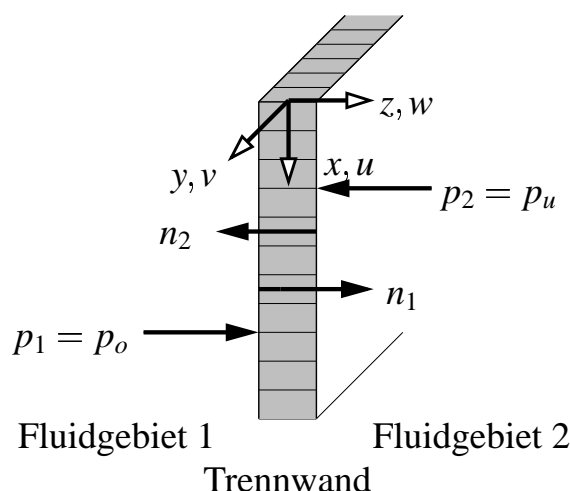


Abbildung 2.7: Kopplung an den Grenzflächen von Fluid und Struktur

toren n_1 und n_2 der Fluidgebiete jeweils nach außen zeigen. Die erste Kopplungsbedingung folgt aus dem Gleichgewicht zwischen dem Schalldruck des Fluids p_1 bzw. p_2 und der Querbelastung der Wand p_o bzw. p_u an der Grenzfläche und läßt sich durch

$$p_1 = p_o \quad \text{und} \quad p_2 = p_u \quad (2.74)$$

angeben. Sie erfaßt den Effekt des Fluiddrucks auf die Struktur. Die zweite Kopplungsbedingung ergibt sich aus der Anwendung der Impulsgleichung an der Grenzfläche und kann im Frequenzbereich [7] mit

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho_F \omega^2 w \quad (2.75)$$

beschrieben werden, sofern die Richtung der Durchbiegung w der Wand mit der Normalenrichtung n übereinstimmt. Mit ρ_F ist die Dichte des Fluids gekennzeichnet. Diese Kopplungsbedingung berücksichtigt den Einfluß der Strukturbewegungen auf das Fluid. Mittels dieser beiden Bedingungen können die Bewegungsgleichungen der Struktur, Gleichungen (2.45 - 2.49), mit der HELMHOLTZ-Gleichung für das Fluid, Gleichung (2.68), verknüpft werden und man erhält ein vollständig gekoppeltes Gleichungssystem, welches mit Hilfe geeigneter Randbedingungen im allgemeinen numerisch gelöst werden muß.

3 Numerische Umsetzung

Das in Kapitel 2.4 erwähnte gekoppelte Gleichungssystem soll einer Lösung zugeführt werden. Dies gelingt nur in sehr wenigen Fällen analytisch, deswegen wird hier ein numerisches Berechnungsverfahren zum Einsatz kommen. Grundsätzlich bieten sich verschiedene Näherungsverfahren an, wobei hier sowohl für die Struktur als auch für das Fluid die Finite-Element-Methode (FEM) ([16], [140]) verwendet wird. Im Allgemeinen erfolgt die Herleitung der Finiten Elemente (FE) mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Arbeiten oder mittels Energieprinzipien [2]. Die Differentialgleichungen werden diskretisiert, d. h. mit Hilfe von Ansatzfunktionen angenähert. Die Lösung dieses Gleichungssystems stellt eine Näherung dar und stimmt in der Regel nicht mit der exakten Lösung überein, wobei der Fehler, das Residuum, möglichst klein werden soll. Zur Minimierung des Fehlers wird die *Methode der gewichteten Residuen* [16] benutzt, wobei speziell das GALERKIN-Verfahren, bei dem Ansatz- und Wichtungsfunktion übereinstimmen, verwendet wird [63].

Damit sich eine mit der FEM ermittelte Näherungslösung bei einer Verfeinerung der Diskretisierung der exakten analytischen Lösung immer weiter annähert, werden an die Ansatzfunktionen Anforderungen gestellt, welche erfüllt werden müssen. Diese Konvergenzkriterien sind z. B. in [2] oder [140] dargelegt.

In diesem Kapitel werden die FE-Formulierungen für die Struktur und das Fluid sowie für die Kopplung dieser Gebiete angegeben.

3.1 FE-Formulierung für die Struktur

Multipliziert man die Schwingungsgleichungen (2.45) - (2.49) der Struktur mit einer Wichtungsfunktion, interpretiert diese als virtuelle Verrückung, und führt eine Integration über das Gebiet durch, erhält man die sogenannte schwache Form in einer integralen Formulierung, welche die Grundlage darstellt für die hier benutzte Weggrößenformulierung zur Beschreibung sowohl der in-plane als auch der Biegeschwingungen.

3.1.1 FE für die Biegeschwingungen

Bei der Herleitung von geeigneten Weggrößenelementen zur Beschreibung der Biegeverformungen von MINDLIN-Platten sind einige Besonderheiten zu beachten [77], auf die im folgenden genauer eingegangen wird. Das weitere Vorgehen ist dabei an die Herleitung in [2] und [77] angelehnt. Die Anwendung des Prinzips der virtuellen Verrückungen (PvV) und Durchführung

der partiellen Integration führt für die Gleichungen (2.47) - (2.49) auf

$$\begin{aligned} \check{w} : \int \left\{ \check{w}_{,x} [G_{xz} h k_{Sxz} (w_{,x} + \phi_x)] + \check{w}_{,y} [G_{yz} h k_{Syz} (w_{,y} + \phi_y)] \right\} dx dy \\ - \int \check{w} p_z dx dy - \int \check{w} [\omega^2 \rho h w] dx dy = 0, \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \check{\phi}_x : \int \left\{ \check{\phi}_{x,x} [B_x (\phi_{x,x} + v_{yx} \phi_{y,y})] + \check{\phi}_{x,y} [G_{xy} I (\phi_{x,y} + \phi_{y,x})] + \check{\phi}_x [G_{xz} h k_{Sxz} (w_{,x} + \phi_x)] \right\} dx dy \\ - \int \check{\phi}_x [\omega^2 \rho I \phi_x] dx dy = 0, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \check{\phi}_y : \int \left\{ \check{\phi}_{y,y} [B_y (\phi_{y,y} + v_{xy} \phi_{x,x})] + \check{\phi}_{y,x} [G_{xy} I (\phi_{x,y} + \phi_{y,x})] + \check{\phi}_y [G_{yz} h k_{Syz} (w_{,y} + \phi_y)] \right\} dx dy \\ - \int \check{\phi}_y [\omega^2 \rho I \phi_y] dx dy = 0, \end{aligned} \quad (3.3)$$

wobei hier mit $\check{}$ gekennzeichnete Größen virtuelle Verrückungen darstellen, die am Plattenrand verschwinden. Sowohl die wirklichen Verformungen w , ϕ_x und ϕ_y als auch die virtuellen \check{w} , $\check{\phi}_x$ und $\check{\phi}_y$ werden mit gleichen Ansatzfunktionen N_i für jeden Knoten i eines Elementes

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^n N_i w_i, \quad \boldsymbol{\phi}_x = \sum_{i=1}^n N_i \phi_{xi}, \quad \boldsymbol{\phi}_y = \sum_{i=1}^n N_i \phi_{yi} \quad \text{bzw.} \quad (3.4)$$

$$\check{\mathbf{w}} = \sum_{i=1}^n N_i \check{w}_i, \quad \check{\boldsymbol{\phi}}_x = \sum_{i=1}^n N_i \check{\phi}_{xi}, \quad \check{\boldsymbol{\phi}}_y = \sum_{i=1}^n N_i \check{\phi}_{yi} \quad (3.5)$$

approximiert, wobei n die Anzahl der Knoten eines Elementes angibt und mit i gekennzeichnete Verformungen Knotenwerte darstellen. Damit lassen sich die Gleichungen (3.1) - (3.3) in Matrizen Schreibweise angeben

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}^{11} & \mathbf{K}^{12} & \mathbf{K}^{13} \\ \mathbf{K}^{21} & \mathbf{K}^{22} & \mathbf{K}^{23} \\ \mathbf{K}^{31} & \mathbf{K}^{32} & \mathbf{K}^{33} \end{bmatrix}_P + \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}^{33} \end{bmatrix}_P \right) \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \boldsymbol{\phi}_x \\ \boldsymbol{\phi}_y \end{bmatrix}_P = \begin{bmatrix} \mathbf{f}^1 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}_P, \quad (3.6)$$

wobei sich der Index P auf Plattengrößen bezieht. Die einzelnen Einträge in die Massenmatrizen lassen sich aus

$$M_{ik}^{11} = \rho h \int_A N_i N_k dA \quad \text{und} \quad M_{ik}^{22} = M_{ik}^{33} = \rho I \int_A N_i N_k dA \quad (3.7)$$

ermitteln und die in die Steifigkeitsmatrizen aus

$$\begin{aligned}
K_{ik}^{11} &= G_{xz} h k_{Sxz} \int_A N_{i,x} N_{k,x} dA + G_{yz} h k_{Syz} \int_A N_{i,y} N_{k,y} dA, \\
K_{ik}^{12} &= G_{xz} h k_{Sxz} \int_A N_{i,x} N_k dA = K_{ik}^{21}, \quad K_{ik}^{13} = G_{yz} h k_{Syz} \int_A N_{i,y} N_k dA = K_{ik}^{31}, \\
K_{ik}^{22} &= B_x \int_A N_{i,x} N_{k,x} dA + G_{xy} I \int_A N_{i,y} N_{k,y} dA + G_{xz} h k_{Sxz} \int_A N_i N_k dA, \\
K_{ik}^{23} &= B_x v_{yx} \int_A N_{i,x} N_{k,y} dA + G_{xy} I \int_A N_{i,y} N_{k,x} dA, \\
K_{ik}^{32} &= B_y v_{xy} \int_A N_{i,y} N_{k,x} dA + G_{xy} I \int_A N_{i,x} N_{k,y} dA \quad \text{und} \\
K_{ik}^{33} &= B_y \int_A N_{i,y} N_{k,y} dA + G_{xy} I \int_A N_{i,x} N_{k,x} dA + G_{yz} h k_{Syz} \int_A N_i N_k dA,
\end{aligned} \tag{3.8}$$

wobei die Parameter i und k dabei jeweils über die Knoten eines Elementes laufen. Der Lastvektor bei einer beliebig verteilten Flächenlast lautet

$$\mathbf{f}^l = \int_A \mathbf{N}^T \mathbf{N} \mathbf{p}_z dA, \tag{3.9}$$

wenn zur Beschreibung der Belastung die gleichen Ansatzfunktionen wie die für die Verformungen benutzt und mit \mathbf{p}_z die Flächenlastordinaten in den Knoten bezeichnet werden. Liegt außerdem eine Druckbelastung \mathbf{p}_F beispielsweise an einer Fluid-Struktur-Koppelfläche vor, kann dies genauso wie eine beliebig verteilte Flächenlast berücksichtigt werden, indem der Lastvektor um einen Anteil erweitert wird

$$\mathbf{f}^l = \int_{A_1} \mathbf{N}^T \mathbf{N} \mathbf{p}_z dA_1 + \int_{A_2} \mathbf{N}^T \mathbf{N}_F \mathbf{p}_F dA_2 = \mathbf{f}_S + \mathbf{C}_{SF}, \tag{3.10}$$

wobei mit N_F die Ansatzfunktionen für den Koppeldruck [140] und mit \mathbf{C}_{SF} die Kopplungsmatrix von Struktur und Fluid gekennzeichnet sind. Mit A_1 bzw. A_2 werden Nichtkoppel- bzw. Koppelfläche voneinander unterschieden.

Die Elementsteifigkeitsmatrix kann zur besseren Unterscheidung der Biege- und Scheranteile wie folgt zerlegt werden

$$\mathbf{K}_P = \mathbf{K}^B + \mathbf{K}^S = \int_A \mathbf{H}^{B^T} \mathbf{E}^B \mathbf{H}^B dA + \int_A \mathbf{H}^{S^T} \mathbf{E}^S \mathbf{H}^S dA, \tag{3.11}$$

wenn die Matrizen

$$\mathbf{H}^B = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{N}_{,x} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{N}_{,y} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_{,y} & \mathbf{N}_{,y} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{H}^S = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{,x} & \mathbf{N} & \mathbf{0} \\ \mathbf{N}_{,y} & \mathbf{0} & \mathbf{N} \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

sowie die Elastizitätsmatrizen \mathbf{E}^B und \mathbf{E}^S getrennt nach Biegeanteilen B und Scheranteilen S

$$\mathbf{E}^B = \begin{bmatrix} B_x & B_x v_{yx} & \mathbf{0} \\ B_y v_{xy} & B_y & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & G_{xy} I \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{E}^S = \begin{bmatrix} G_{xz} h k_{Sxz} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & G_{yz} h k_{Syz} \end{bmatrix}, \tag{3.13}$$

verwendet werden. Das Gesamtgleichungssystem für die Platte läßt sich dann zu

$$(\mathbf{K}_P - \omega^2 \mathbf{M}_P) \mathbf{u}_P = \mathbf{f}_S + \mathbf{C}_{SF} \quad \text{mit} \quad \mathbf{u}_P = \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \boldsymbol{\phi}_x \\ \boldsymbol{\phi}_y \end{bmatrix}_P \quad (3.14)$$

zusammenfassen.

Auswahl der Elemente

Wie zu Beginn von Kapitel 3 bereits erwähnt, müssen gewisse Konvergenzkriterien (z. B. Erfüllung der Stetigkeitsanforderungen, Darstellbarkeit von Starrkörperverschiebungen und von konstanten Verzerrungen) bei der Auswahl der Ansatzfunktionen bzw. der Elemente berücksichtigt werden, wobei bei MINDLIN-Platten C^0 -stetige Ansätze ausreichen [2]. Desweiteren müssen Maßnahmen sowohl zur Vermeidung der Schubversteifung (*shear-locking*) bei dünnen Platten als auch zur Verhinderung des Auftretens sogenannter unzulässiger Null-Energie-Eigenformen (*zero-energy-modes*) getroffen werden [86]. Zur Vermeidung des Effektes der Schubversteifung, also der Überbewertung der Schubfestigkeiten im Verhältnis zur Biegung, wird häufig eine systematische Unterintegration der Schubanteile (reduzierte oder selektiv reduzierte Integration) vorgenommen. Dies führt zwar zur Verringerung des shear-locking Effektes, kann aber zur Folge haben, daß unzulässige Null-Energie-Eigenformen auftreten [77]. Dies ist dann gleichbedeutend mit einem Rangabfall der Steifigkeitsmatrix, d. h. die Steifigkeitsmatrix besitzt Null-Eigenwerte, deren zugehörige Eigenvektoren keine Starrkörperverschiebungen repräsentieren [86]. Das Gleichungssystem wird singulär.

Ein Verfahren, welches nicht nur die Schubversteifung, sondern auch die unzulässigen Null-Energie-Eigenformen vermeidet, ist die Methode der angenommenen Verzerrungen (*assumed natural strains*) ([17], [72]). Die Verzerrungen werden bei dieser Methode nur an einzelnen Punkten im Element aus den Verschiebungen berechnet, um dann als Stützwerte für angenommene Verzerrungsverläufe zu dienen. Durch Entfernen nicht erwünschter Anteile gelingt eine Approximation der Verzerrungen derart, daß Schubversteifung sowie Null-Energie-Eigenformen vermieden werden. Die hier verwendeten Elemente zur Beschreibung des Plattenverhaltens stammen aus diesen Gründen aus der „assumed natural strains“-Elementfamilie.

• Vier-Knoten-Element

Als Vier-Knoten-Element wird das isoparametrische Plattenelement mit bilinearen Ansätzen von BATHE und DVORKIN [17] verwendet, welches seit längerem für seine guten Eigenschaften bekannt ist. Bei diesem Element werden die Durchbiegungen w und die Verdrehungen ϕ_x und ϕ_y wie in Gleichung (3.4) interpoliert. Die Schubverzerrungen hingegen werden nur an vier Stützstellen (A, B, C, D) so aus den Verformungen ermittelt, daß ihr Wert dem bei Interpolation an den Eckknoten entspricht. Dies geschieht mittels einer Interpolation der kovarianten Komponenten des Transformationstensors im (r, s) -Koordinatensystem. In Abbildung 3.1 sind ein isoparametrisches Vier-Knoten-Element und die vier Stützstellen (A, B, C, D) zur Berechnung der Schubverzerrungen im (r, s) -Koordinatensystem dargestellt. BATHE und DVORKIN zeigen, daß auf diese Weise

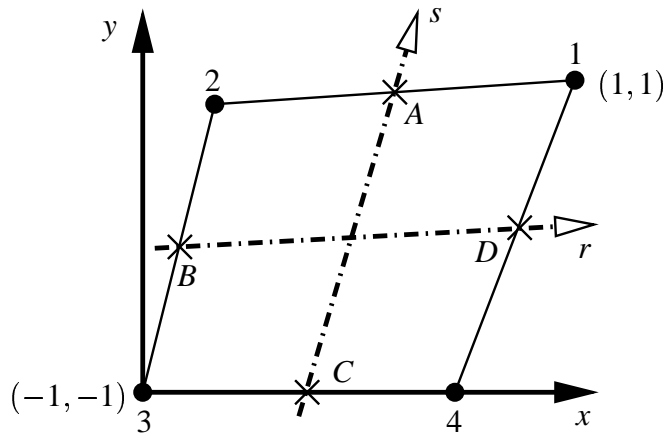


Abbildung 3.1: Stützstellen im (r, s) -Koordinatensystem für das Vier-Knoten-Element

unerwünschtes shear-locking und unzulässige zero-energy-modes vermieden werden.

• Neun-Knoten-Element

Als isoparametrisches Lagrange-Plattenelement wurde das Neun-Knoten-Element mit bi-quadratischen Ansätzen von WONG und BELYTCHKO, [20] bzw. [138], ausgewählt. Bei diesem Element treten weder Schubversteifungseffekte noch unzulässige Null-Energie-Eigenformen auf und es ist äußerst effizient, da alle Matrizen nur vier Stützstellen für die numerische Integration benötigen. WONG und BELYTCHKO konstruieren ihr sogenanntes γ - ψ -Element, bei dem sowohl die Steifigkeitsmatrix für die Biege- als auch die für die Scheranteile reduziert (also 2×2 Gaußpunkte) integriert werden, mit Hilfe von Stabilisierungsmatrizen jeweils für beide Anteile basierend auf dem Konzept der angenommenen Verzerrungen. Die Stabilisierungsmatrix für die Biegeanteile setzt sich aus Biegeverzerrungen „höherer Ordnung“ zusammen, die aus den bei reduzierter Integration auftretenden Nulleigenformen entwickelt werden. Die Stabilisierungsmatrix für die Scheranteile wird in Anlehnung an [17] mittels einer gemischten Interpolation der kovarianten Komponenten der Schubverzerrungen γ_{rz} und γ_{sz} an den in Abbildung 3.2 dargestellten Stützstellen (A bis F) konstruiert, wobei die kovarianten mit Hilfe einer Transformationsmatrix in die kartesischen Komponenten der Schubverzerrungen γ_{xz} und γ_{yz} umgeformt werden. Die Elementsteifigkeitsmatrix \mathbf{K}_e ergibt sich dann aus der Summe der unterintegrierten Steifigkeitsmatrizen \mathbf{K}_e^B und \mathbf{K}_e^S bzw. der Stabilisierungsmatrizen $\mathbf{K}_{e,stab}^B$ und $\mathbf{K}_{e,stab}^S$, die ebenfalls nur an vier Gaußpunkten integriert werden müssen

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{K}_e^B + \mathbf{K}_{e,stab}^B + \mathbf{K}_e^S + \mathbf{K}_{e,stab}^S. \quad (3.15)$$

3.1.2 FE für die in-plane Schwingungen

Die Vorgehensweise zur Herleitung der finiten Elementgleichungen für die in-plane Schwingungen (Scheibenelemente) entspricht der in Kapitel 3.1.1. Die Anwendung des PvV und Durch-

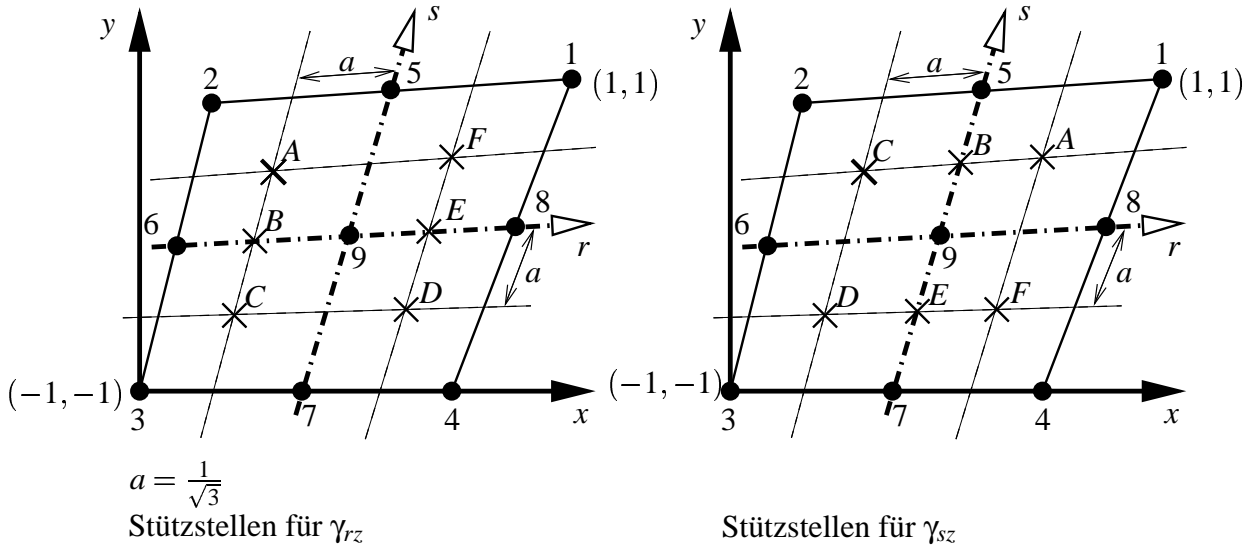


Abbildung 3.2: Stützstellen im (r,s) -Koordinatensystem für das Neun-Knoten-Element

führung der partiellen Integration führt hier für die Gleichungen (2.45) und (2.46) auf

$$\begin{aligned} \ddot{u} : & \int \left\{ \ddot{u}_{,x} \left[\frac{E_x}{(1 - v_{yx}v_{xy})} (u_{,x} + v_{yx}v_{,y}) \right] + \ddot{u}_{,y} [G_{xy}(u_{,y} + v_{,x})] \right\} dxdy \\ & - \int \ddot{u} p_x dxdy - \int \ddot{u} [\omega^2 \rho h u] dxdy = 0, \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \ddot{v} : & \int \left\{ \ddot{v}_{,y} \left[\frac{E_y}{(1 - v_{yx}v_{xy})} (v_{,y} + v_{xy}u_{,x}) \right] + \ddot{v}_{,x} [G_{xy}(u_{,y} + v_{,x})] \right\} dxdy \\ & - \int \ddot{v} p_y dxdy - \int \ddot{v} [\omega^2 \rho h v] dxdy = 0. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Werden für die wirklichen und für die virtuellen Verformungen die Ansatzfunktionen entsprechend den Gleichungen (3.4) und (3.5) benutzt, ergibt sich in Matrixschreibweise (der Index Sc kennzeichnet hier den Scheibenzustand)

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}^{11} & \mathbf{K}^{12} \\ \mathbf{K}^{21} & \mathbf{K}^{22} \end{bmatrix}_{Sc} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^{22} \end{bmatrix}_{Sc} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}_{Sc} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}^1 \\ \mathbf{f}^2 \end{bmatrix}_{Sc}, \quad (3.18)$$

wobei die einzelnen Einträge in die Massenmatrizen durch

$$M_{ik}^{11} = M_{ik}^{22} = \rho h \int_A N_i N_k dA \quad (3.19)$$

und die in die Steifigkeitsmatrizen durch

$$\begin{aligned}
 K_{ik}^{11} &= \frac{E_x h}{(1 - \nu_{yx} \nu_{xy})} \int_A N_{i,x} N_{k,x} dA + G_{xy} h \int_A N_{i,y} N_{k,y} dA, \\
 K_{ik}^{22} &= \frac{E_y h}{(1 - \nu_{yx} \nu_{xy})} \int_A N_{i,y} N_{k,y} dA + G_{xy} h \int_A N_{i,x} N_{k,x} dA, \\
 K_{ik}^{12} &= \frac{E_x h \nu_{yx}}{(1 - \nu_{yx} \nu_{xy})} \int_A N_{i,x} N_{k,y} dA + G_{xy} h \int_A N_{i,y} N_{k,x} dA \quad \text{und} \\
 K_{ik}^{21} &= \frac{E_y h \nu_{xy}}{(1 - \nu_{yx} \nu_{xy})} \int_A N_{i,y} N_{k,x} dA + G_{xy} h \int_A N_{i,x} N_{k,y} dA
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

definiert sind. Analog zur Platte ist der Lastvektor bei einer beliebig verteilten Flächenlast zu ermitteln durch

$$\mathbf{f}^1 = \int_A \mathbf{N}^T \mathbf{N} \mathbf{p}_x dA \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{f}^2 = \int_A \mathbf{N}^T \mathbf{N} \mathbf{p}_y dA. \tag{3.21}$$

Das Gesamtgleichungssystem für die Scheibe lautet dann

$$(\mathbf{K}_{Sc} - \omega^2 \mathbf{M}_{Sc}) \mathbf{u}_{Sc} = \mathbf{f}_{Sc} \quad \text{mit} \quad \mathbf{u}_{Sc} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}_{Sc}. \tag{3.22}$$

Auswahl der Elemente

Natürlich müssen auch bei Scheibenelementen die Konvergenzkriterien erfüllt werden. Wiederum reichen C^0 -stetige Ansätze aus [2], und, wie bei den Plattenelementen, werden ein Vier-Knoten-Element sowie ein Neun-Knoten-Element ausgewählt.

• Vier-Knoten-Element

Als Vier-Knoten-Element kommt ein isoparametrisches Scheibenelement mit bilinearen Ansätzen zum Einsatz. Bei den hier durchgeführten Untersuchungen traten mit diesem Element keine Probleme auf, obwohl theoretisch das Phänomen der Membranversteifung (*membrane-locking*) ähnlich dem der Schubversteifung bei Platten auftreten kann [5].

• Neun-Knoten-Element

Als Element mit biquadratischen Ansätzen findet das von WONG und BELYTSCHKO ebenfalls in [20] oder [138] hergeleitete isoparametrische Scheibenelement aus der „assumed natural strains“-Familie Verwendung. Wie beim Plattenelement in Kapitel 3.1.1 reichen 2×2 Gaußpunkte zur numerischen Integration aus. Es werden Stabilisierungsmatrizen zur Behebung der bei Unterintegration auftretenden Null-Energie-Eigenformen und zur Vermeidung der Membranversteifung benutzt, welche wiederum aus „Verzerrungen höherer Ordnung“ entwickelt werden.

3.2 Kopplung der in-plane und der Biegeschwingungen

Wie in Kapitel 2.1.3 bereits erwähnt, werden die in-plane Wellen an den Ecken eines Raumes in Biegewellen umgewandelt. Um dies im Modell zu erfassen, werden die vorgestellten Platten- und Scheibenelemente zu einem ebenen Schalenelement bzw. die Gleichungssysteme (3.14) und (3.22) zu einem Gesamtgleichungssystem für die Struktur kombiniert. Dies ist eine bei der Modellierung von gefalteten Plattenstrukturen oder von leicht gekrümmten Schalen gebräuchliche Vorgehensweise [16]. Es ergibt sich ein ebenes Schalenelement wie in Abbildung 3.3 dargestellt. Als Gleichungssystem für ein Element in lokalen Koordinaten erhält man entsprechend

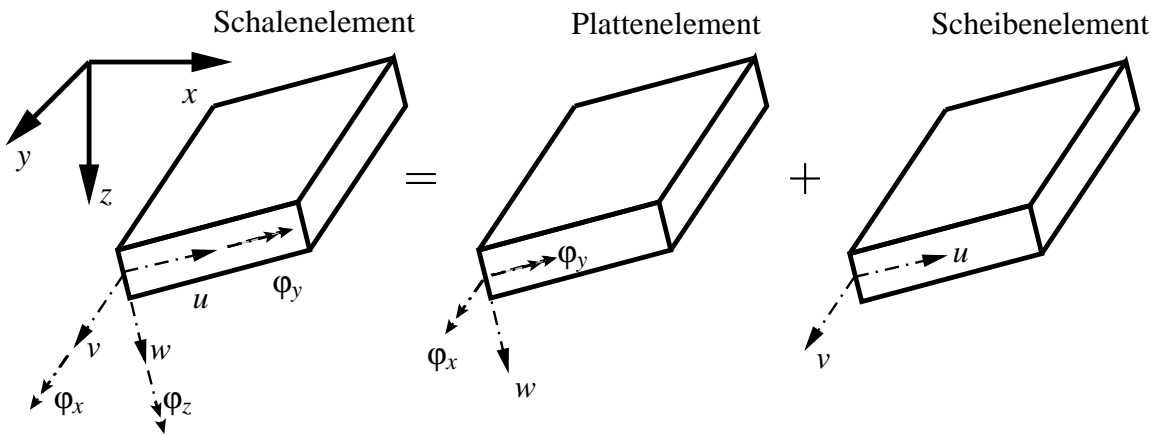


Abbildung 3.3: Ebenes Schalenelement mit fünf Freiheitsgraden pro Knoten

mit der Kennzeichnung von Scheiben- und Plattengrößen

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_P^{11} & \mathbf{K}_P^{12} & \mathbf{K}_P^{13} & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_P^{21} & \mathbf{K}_P^{22} & \mathbf{K}_P^{23} & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_P^{31} & \mathbf{K}_P^{32} & \mathbf{K}_P^{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{K}_{Sc}^{44} & \mathbf{K}_{Sc}^{54} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{K}_{Sc}^{45} & \mathbf{K}_{Sc}^{55} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_P^{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_P^{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_P^{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{M}_{Sc}^{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{M}_{Sc}^{55} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_P^1 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{f}_{Sc}^4 \\ \mathbf{f}_{Sc}^5 \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Wie man sieht, sind Scheiben- und Plattenwirkungen vollständig entkoppelt. Eine Kopplung erfolgt erst an etwaigen Ecken infolge der Transformation von lokalen auf gemeinsame, globale Koordinaten. Hierfür werden Transformationsmatrizen \mathbf{T} verwendet, die aus den Richtungskosinus der Winkel zwischen den Achsen des lokalen und des globalen Koordinatensystems [140] oder mit Hilfe der EULERSchen Winkel [131] gebildet werden können. Die Transformation einer lokalen Steifigkeitsmatrix (Index l) in eine globale (Index g) gelingt dann durch

$$\mathbf{K}_g = \mathbf{T}^T \mathbf{K}_l \mathbf{T}. \quad (3.24)$$

Hierbei ist allerdings zu beachten, daß das ebene Schalenelement nur fünf Freiheitsgrade besitzt (die lokale Verdrehung um die z -Achse ϕ_z ist in den Elementformulierungen nicht vorgesehen),

eine allgemeine Transformation im Raum aber sechs Freiheitsgrade berücksichtigt. Da φ_z jedoch in den Gleichgewichtsbedingungen nicht vorkommt, kann man einen willkürlichen Steifigkeitskoeffizienten k_{φ_z} in lokalen Koordinaten einführen, der dazu dient, das Gleichungssystem bei der Transformation zu regularisieren. Dieser kann beliebig gewählt werden [140]: BATHE [16] schlägt einen Wert von etwa $\frac{1}{10000}$ des kleinsten Diagonalwertes der Gesamtsteifigkeitsmatrix vor, mit dem etwa in [112] gute Ergebnisse erzielt werden. Die alternative Einführung von Scheibenelementen mit explizitem φ_z -Freiheitsgrad, wie z. B. in [78], ist recht aufwendig, hier aber nicht erforderlich, da φ_z lediglich zur Regularisierung des Gleichungssystems dient. Die Steifigkeitsmatrix eines Strukturelementes und der Vektor der unbekannten Knotenfreiwerte setzen sich schließlich wie folgt zusammen

$$\mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_P & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{Sc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\varphi_z} \end{bmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{u}_S^T = [\mathbf{w} \quad \varphi_x \quad \varphi_y \quad \mathbf{u} \quad \mathbf{v} \quad \varphi_z]. \quad (3.25)$$

Bei der Kombination der Scheiben- und Plattenelemente ist zusätzlich darauf zu achten, daß jeweils nur die Vier- bzw. die Neun-Knoten-Elemente miteinander verwendet werden, da theoretisch sonst „Klaffungen“ längs der Elementränder auftreten können [131]. Schließlich lassen sich die Gleichungen (3.14) und (3.22) zusammenfassen zu

$$\mathbf{K}_S \mathbf{u}_S - \omega^2 \mathbf{M}_S \mathbf{u}_S = \mathbf{f}_S + \mathbf{C}_{SF}. \quad (3.26)$$

3.3 Überprüfung der FE für die Struktur

Zur Überprüfung der Richtigkeit der Abbildung des dynamischen Verhaltens durch die gewählten finiten Elemente werden die Eigenfrequenzen für einige Testplatten sowie -scheiben bestimmt und mit Ergebnissen anderer Methoden oder Theorien verglichen. Zudem ist die Kenntnis struktureller Eigenfrequenzen und -moden insbesondere für Schalltransmissionsvorgänge von großem Interesse, da es im Bereich von Resonanzen zu einer erhöhten Schallabstrahlung und damit schlechten Schalldämmung kommt.

3.3.1 Platteneigenfrequenzen

Als erstes Testbeispiel für die Eigenfrequenzen einer MINDLIN Platte dient das in Abbildung 3.4 dargestellte System mit den dort angegebenen Material- und Geometrieparametern. Die ersten vier Eigenfrequenzen dieser eingespannten Platte werden mit den in Kapitel 3.1.1 beschriebenen Vier- bzw. Neun-Knoten-Elementen bei unterschiedlicher Diskretisierung bestimmt und mit den Ergebnissen von LEISSA (KIRCHHOFF-Platte), von CHENG (MINDLIN-Platte mit der Randelementmethode) und von LIEW et al. (MINDLIN-Platte mit der pb-2 Rayleigh-Ritz Methode) verglichen. Um einen Einblick in das dynamische Verhalten von MINDLIN-Platten zu erhalten, werden die Eigenfrequenzen bei zwei unterschiedlichen Plattendicken h untersucht. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 3.1 und 3.2 dargestellt, wobei sich die dimensionslosen

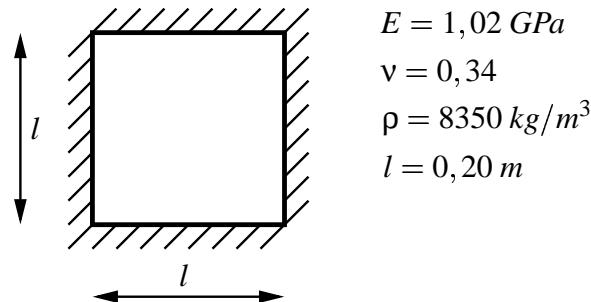


Abbildung 3.4: Eingespannte quadratische Platte

Eigenfrequenzen $\bar{\omega}$ aus der Beziehung

$$\bar{\omega} = \omega l^2 \sqrt{\frac{\rho h}{B}} \quad (3.27)$$

ergeben. Es ist eine gute Übereinstimmung der FEM-Ergebnisse mit den Ergebnissen der an-

Method	$\bar{\omega}_1$	$\bar{\omega}_2$	$\bar{\omega}_3$	$\bar{\omega}_4$
Leissa [93]	35.990	73.410	108.270	131.640
Cheng [31]	34.936	69.775	101.030	121.575
Liew [95]	34.968	69.827	101.065	121.623
FEM (16*16 Vier-Knoten-Elemente)	35.276	71.454	103.393	128.399
FEM (32*32 Vier-Knoten-Elemente)	35.016	70.124	101.440	123.589
FEM (8*8 Neun-Knoten-Elemente)	34.934	69.781	100.917	122.705
FEM (16*16 Neun-Knoten-Elemente)	34.930	69.700	100.804	122.091

Tabelle 3.1: Dimensionslose Eigenfrequenzen einer eingespannten Platte, $\frac{h}{l} = 0.05$

deren Methoden, die auch die MINDLINSche Plattentheorie verwenden, zu erkennen. Dabei liegen die Eigenfrequenzen stets unter denen nach der KIRCHHOFFSchen Theorie. Die Unterschiede werden größer, je größer das Verhältnis von Plattendicke zu -breite wird und je höher die Frequenzen werden. Bei Verwendung der Neun-Knoten-Elemente mit quadratischen Ansätzen lassen sich auch bei weniger Elementen und Knoten insgesamt bessere Resultate erzielen.

Als zweites Beispiel werden die ersten sechs Eigenfrequenzen einer quadratischen, gelenkig gelagerten, orthotropen Platte berechnet und mit Ergebnissen von REDDY [119] verglichen. Die Material- und Geometriedaten lauten: $l = 1.0 \text{ m}$, $h = 0.01 \text{ m}$, $\frac{E_x}{E_y} = 10$, $G_{xy} = G_{xz} = 0.5 E_y$, $G_{yz} = 0.2 E_y$ und $\nu_{xy} = 0.25$. Die Berechnungen dieser Platte werden bei einer Diskretisierung mit 8*8 Neun-Knoten-Elementen durchgeführt und die Ergebnisse sind in Tabelle 3.3 zu sehen. Auch die Berechnungen für eine orthotrope Platte stimmen mit denen aus der Literatur gut überein. Bei dieser relativ dünnen Platte ($\frac{h}{l} = 0.01$) liegen die Eigenfrequenzen nach beiden Theorien auch bei höheren Frequenzen noch dicht beieinander.

Methoden	$\bar{\omega}_1$	$\bar{\omega}_2$	$\bar{\omega}_3$	$\bar{\omega}_4$
Leissa [93]	35.990	73.410	108.270	131.640
Cheng [31]	32.369	61.620	86.336	101.616
Liew [95]	32.491	61.941	86.774	102.210
FEM (16*16 Vier-Knoten-Elemente)	32.654	62.871	87.958	106.509
FEM (32*32 Vier-Knoten-Elemente)	32.435	61.892	86.602	103.389
FEM (8*8 Neun-Knoten-Elemente)	32.367	61.634	86.234	102.800
FEM (16*16 Neun-Knoten-Elemente)	32.363	61.576	86.162	102.407

Tabelle 3.2: Dimensionslose Eigenfrequenzen einer eingespannten Platte, $\frac{h}{l} = 0.10$

Methoden	$\bar{\omega}_1$	$\bar{\omega}_2$	$\bar{\omega}_3$	$\bar{\omega}_4$	$\bar{\omega}_5$
Reddy (Kirchhoff) [119]	36.241	59.178	105.092	129.045	144.984
FEM (8*8 Neun-Knoten-Elemente)	36.202	59.149	105.694	128.591	144.402

Tabelle 3.3: Dimensionslose Eigenfrequenzen einer gelenkig gelagerten, orthotropen Platte

3.3.2 Scheibeneigenfrequenzen

Während die Eigenfrequenzen und Eigenformen für Biegeschwingungen sehr gut dokumentiert sind, lassen sich für in-plane Schwingungen relativ wenige Literaturangaben finden. Zur Verifizierung der FE für die Scheibe erfolgt ein Vergleich mit den Berechnungen von FARAG und PAN [55], die eine rechteckige, eingespannte Scheibe untersucht und deren Eigenfrequenzen (in $[Hz]$) mit einem sinusförmigen Modalansatz sowie mit einem FEM Programm (MSC NASTRAN, 24*20 Vier-Knoten-Elemente) ermittelt haben. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 3.4 zusammengefaßt. Die Scheibe hat die Abmessungen von $1,2 \times 1,0 \times 0,025 \text{ m}^3$ und besteht

Methoden	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7
Farag, Pan (Modalansatz)	2666	2906	3279	4052	4308	4431	4820
Farag, Pan (FEM)	2658	2898	3260	4024	4268	4404	4769
FEM (12*10 Vier-Knoten-Elemente)	2680	2924	3331	4104	4425	4520	4999
FEM (12*10 Neun-Knoten-Elemente)	2666	2906	3278	4051	4308	4430	4822

Tabelle 3.4: Eigenfrequenzen einer eingespannten Scheibe

aus Aluminium mit den Materialdaten $E = 70 \text{ GPa}$, $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ und $\nu = 0,33$. Deutlich ist die sehr gute Übereinstimmung der eigenen Berechnungen, insbesondere die Ergebnisse für die Neun-Knoten-Elemente, mit denen von FARAG und PAN auch bei hohen Frequenzen zu erkennen. Die Diskretisierung mit den Vier-Knoten-Elementen ist hier allerdings noch nicht ausreichend, so daß insbesondere bei höheren Frequenzen die Unterschiede recht groß sind. Insgesamt ist festzustellen, daß die Scheibeneigenfrequenzen aufgrund der größeren Steifigkeit

in dieser Richtung in der Regel deutlich über den Platteneigenfrequenzen liegen.

3.3.3 Eigenfrequenzen eines Kastens

Als abschließendes Beispiel zur Überprüfung der FE für die Struktur werden die Eigenfrequenzen eines offenen Kastens (siehe Abbildung 3.5) bestimmt und mit Ergebnissen von KIM und DICKINSON [85] verglichen. Die Resultate sind in Tabelle 3.5 zu sehen. Erneut ergibt sich eine

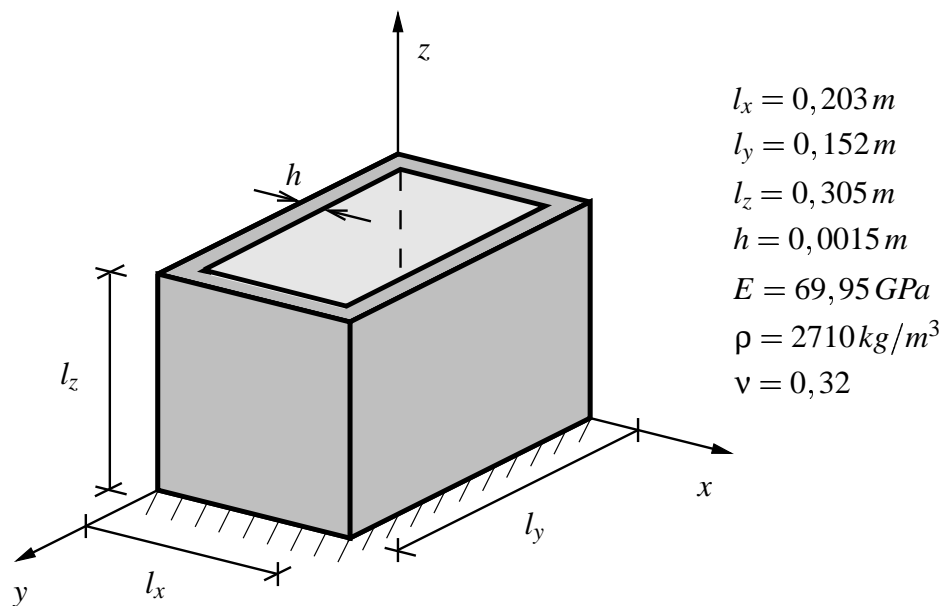


Abbildung 3.5: Eingespannter, offener Kasten

Methode	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7
Kim, Dickinson (Rayleigh-Ritz)	120	156	202	225	232	296	309
FEM (256 Vier-Knoten-Elemente)	120.7	158.8	204.3	228.2	236.2	304.1	313.4
FEM (64 Neun-Knoten-Elemente)	118.4	154.4	199.3	221.6	229.8	292.6	305.2

Tabelle 3.5: Eigenfrequenzen in $[Hz]$ eines eingespannten, offenen Kastens

gute Übereinstimmung schon bei relativ grober Diskretisierung und wiederum zeigt sich, daß die Berechnung der Eigenfrequenzen nach der MINDLINSchen Theorie zu etwas niedrigeren Werten führt. Für die höheren Frequenzen reicht insbesondere bei den Vier-Knoten-Elementen die Diskretisierung nicht mehr aus.

3.4 FE-Formulierung für das Fluid

Da zunächst nur Innenraumprobleme betrachtet werden und die FEM hier ein geeignetes Verfahren darstellt, um z. B. komplexe Geometrien und Randbedingungen zu erfassen [50], wird zur Berechnung des Fluids ebenfalls die FEM verwendet. Die Herleitung der FE erfolgt prinzipiell wie die der Struktur und orientiert sich an [65].

Die schwache Form der HELMHOLTZ-Gleichung erhält man durch Multiplikation von Gleichung (2.68) mit einer Wichtungsfunktion \bar{w} und Integration über das Fluidgebiet Ω

$$\int_{\Omega} \bar{w}(\Delta p + k^2 p) d\Omega = 0. \quad (3.28)$$

Die Durchführung der partiellen Integration führt auf

$$\int_{\Omega} (\nabla \bar{w} \nabla p + k^2 \bar{w} p) d\Omega - \int_{\Gamma} \bar{w} \frac{\partial p}{\partial n} d\Gamma = 0. \quad (3.29)$$

mit dem *Nablaoperator* ∇ und dem Rand Γ . Mit Hilfe des Oberflächenintegrals über den Rand Γ können verschiedene Arten von physikalischen Oberflächenbeschaffenheiten mittels mathematisch formulierter Randbedingungen (siehe Kapitel 2.2.2 und 2.4) berücksichtigt werden. Abbildung 3.6 zeigt übliche Randbedingungen für akustische Probleme. Bevor konkrete FE-

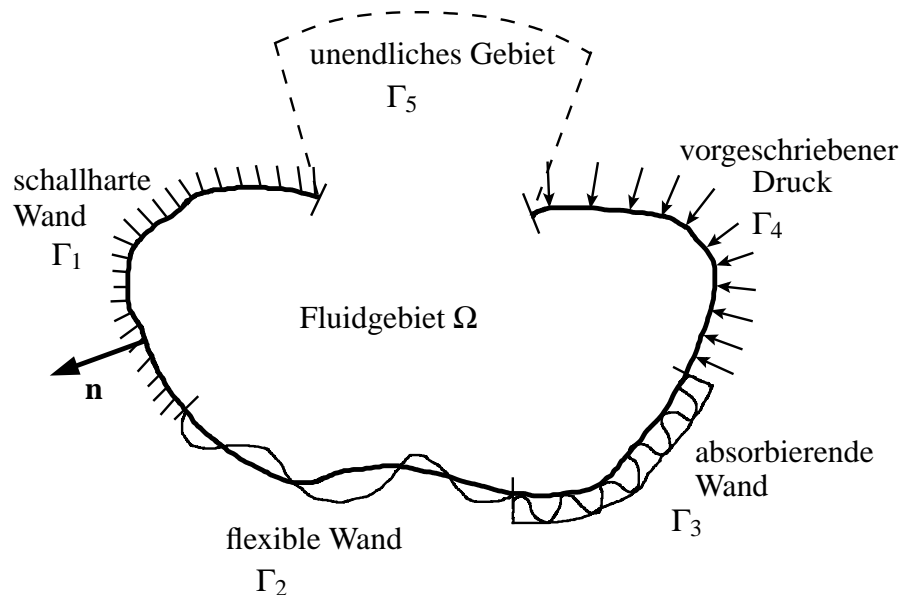


Abbildung 3.6: Übliche Randbedingungen für akustische Probleme [65]

Gleichungen für das Fluid hergeleitet werden, wird die Modellierung der dargestellten akustischen Rand- bzw. Kopplungsbedingungen erläutert.

3.4.1 Akustische Rand- bzw. Kopplungsbedingungen

Schallharte Wand Γ_1

In Kapitel 2.2.2 wurde bereits erwähnt, daß an einer schallharten Wand die Normalkomponente der Geschwindigkeit der Fluidpartikel Null werden muß. Daraus folgt, daß auch die Normalenableitung des Schalldrucks Null ist

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad (3.30)$$

und damit verschwindet das Oberflächenintegral in Gleichung (3.29).

Flexible Wand Γ_2

Aus dem Gleichgewicht zwischen den Verschiebungen in Normalenrichtung der flexiblen Wand und der Fluidpartikel ergibt sich die Kopplungsbedingung für die Fluid-Struktur-Interaktion wie in Gleichung (2.75), welche direkt in Gleichung (3.29) eingesetzt werden kann. Mit Hilfe dieser Bedingung werden auch Punktquellen am Rand des Fluids mit einer vorgegebenen Verschiebung modelliert.

Schallabsorbierende Wand Γ_3

Wände mit schallabsorbierendem Material können auf unterschiedliche Weisen in FE-Berechnungen erfaßt werden. Geeignete Modelle können beispielsweise aus der BIOT-Theorie [22] oder mit Hilfe des in Kapitel 2.3 beschriebenen Ansatzes gewonnen werden. Ein einfacheres, häufig verwendetes Modell stellt das Konzept der akustischen Impedanz dar [26].

Diese Impedanz Z_{ni} am Knoten i , auch Wellenwiderstand oder Punktimpedanz genannt, berechnet sich aus dem Verhältnis des Schalldrucks zur Schnelle in Normalenrichtung

$$Z_{ni} = \frac{p_i}{v_{ni}}. \quad (3.31)$$

Damit läßt sich Gleichung (2.63) auch angeben durch

$$\frac{\partial p}{\partial n} = j \frac{\rho_F \omega}{Z_{ni}} p_i. \quad (3.32)$$

Dies läßt sich wiederum unmittelbar in Gleichung (3.29) einsetzen. CEDERFELDT gibt in [26] an, wie man diese lokal agierenden Randknoten effizient in die Steifigkeitsmatrix einbauen kann. Die Hauptdiagonalelemente der Steifigkeitsmatrix erhalten lediglich einen zusätzlichen imaginären Anteil infolge der lokal agierenden Randknoten. Die im allgemeinen komplexe und frequenzabhängige Impedanz wird z. B. durch Messungen bestimmt.

Vorgeschriebener Druck Γ_4

Ein von außen vorgegebener Druck p_a kann, wie das auch bei vorgeschriebenen Weggrößenrandbedingungen zur Berechnung von Strukturen üblich ist [2], entweder mittels LAGRANGEscher Multiplikatoren oder durch Anwendung des Penalty-Verfahrens [16] berücksichtigt werden, wobei hier das letztere zur Anwendung kommt.

Öffnungen - unendliches Gebiet Γ_5

Obwohl sich die Randelement-Methode (REM) besser zur Untersuchung unendlicher Gebiete eignet [8], weil sie die SOMMERFELDSche Abstrahlungsbedingung implizit erfüllt (siehe z. B. [52]) bestehen auch in der FEM gewisse Möglichkeiten, um Außenraumprobleme zu modellieren. Am einfachsten ist der bei der absorbierenden Randbedingung beschriebene Ansatz, indem an einer künstlich eingeführten Begrenzung eine Impedanz vorgegeben wird, die der von Luft entspricht

$$Z_n = \rho_F c_F. \quad (3.33)$$

Diese reelle Impedanz ist nicht reflektierend für Schallwellen, die senkrecht auf die künstliche Begrenzung auftreffen, wenn der Abstand der künstlichen Begrenzung von der abstrahlenden Oberfläche groß genug ist. Eine Alternative stellt die Anwendung sogenannter infinitesimaler Elemente dar [11].

3.4.2 Finite Element Gleichungen

In Anlehnung an die Methode von GALERKIN wird für die Wichtungs- sowie für die Ansatzfunktionen wiederum der gleiche Satz von Funktionen entsprechend Gleichung (3.4) verwendet. Dies führt auf die diskretisierte Form von Gleichung (3.29) in Matrizenschreibweise (der Index F steht für Fluidgrößen)

$$\mathbf{K}_F \mathbf{p} - \omega^2 \mathbf{M}_F \mathbf{p} = \mathbf{f}_F, \quad (3.34)$$

mit der Steifigkeits- oder Kompressibilitätsmatrix

$$K_{Fik} = \int_{\Omega} \nabla N_i \nabla N_k d\Omega, \quad (3.35)$$

der Massenmatrix

$$M_{Fik} = \frac{1}{c_F^2} \int_{\Omega} N_i N_k d\Omega \quad (3.36)$$

und dem Lastvektor für z. B. eine flexible Wand und für lokal agierende Randknoten

$$f_{Fi} = \rho_F \omega^2 \int_{\Gamma_3} N_i w d\Gamma_3 + j \frac{\omega}{c_F} \int_{\Gamma_2} N_i d\Gamma_2, \quad (3.37)$$

wobei der letztere Anteil für die lokal agierenden Randknoten mittels der in [26] beschriebenen Methode effizient ins Gleichungssystem eingebracht wird. Der erste Summand hingegen kann, wenn die begrenzende, flexible Wand ebenfalls durch ein FE-Modell beschrieben und w durch die Ansatzfunktionen für die Struktur N_S approximiert wird, auch durch die Kopplungsmatrix \mathbf{C}_{FS} ausgedrückt werden

$$\mathbf{C}_{FS} = \rho_F \omega^2 \int_{\Gamma_3} \mathbf{N}_F^T \mathbf{N}_S w d\Gamma_3. \quad (3.38)$$

Auswahl der Elemente

Auch bei den Volumenelementen zur Beschreibung des Fluidverhaltens müssen die Konvergenzkriterien für die Ansatzfunktionen erfüllt werden. Es reichen C^0 -stetige Ansätze aus, da im Integranden der Gleichungen (3.35) - (3.37) höchstens erste Ableitungen vorkommen [2]. Um mit den Ansätzen zur Strukturbeschreibung kompatibel zu bleiben, werden sowohl lineare als auch quadratische Ansatzfunktionen verwendet.

- **Acht-Knoten-Element**

Als isoparametrisches Element mit trilinearen Ansätzen wird das sogenannte HEX8 Element mit acht Knoten in den Eckpunkten verwendet. Die Ansatzfunktionen lassen sich als Produkt dreier LAGRANGEScher Polynome 1. Ordnung in den drei Koordinatenrichtungen darstellen und sind beispielsweise in [10] zu finden.

- **27-Knoten-Element**

Als Fluidelement, welches mit den quadratischen Neun-Knoten-Elementen kompatibel ist, wird das isoparametrische HEXEC27 Element mit triquadratischen Ansätzen gewählt, das 27 Knoten besitzt. Wiederum sind die Ansatzfunktionen als Produkt dreier LAGRANGEScher Polynome 2. Ordnung in [10] zu finden. Zur Veranschaulichung ist dieses Element in Abbildung 3.7 dargestellt.

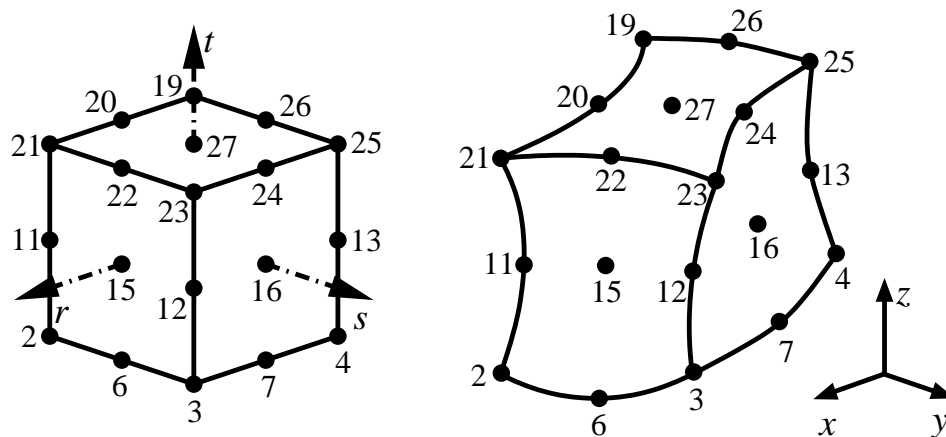


Abbildung 3.7: Das HEXEC27 Element als Einheitswürfel und in verformter Geometrie

3.5 Überprüfung der FE für das Fluid

Die Verifizierung der finiten Elemente für das Fluid erfolgt anhand eines Vergleichs der Berechnungen der Eigenfrequenzen eines schallharten Rechteckraumes mit der exakten, analytischen Lösung. Bei Vernachlässigung der Luftabsorption lassen sich die Eigenfrequenzen eines rechteckigen Raumes mit den Kantenlängen l_1, l_2 und l_3 als Lösungen der Helmholtz-Gleichung

(2.68) ausrechnen mit Hilfe von

$$\omega_{ijk} = c_F \pi \sqrt{\left(\frac{n_i}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{n_j}{l_2}\right)^2 + \left(\frac{n_k}{l_3}\right)^2} \quad (3.39)$$

mit $n_i, n_j, n_k = 0, 1, 2, 3, \dots$ [74]. Die Ergebnisse für einen Raum mit den Abmessungen $1 \times 1 \times 3 \text{ m}^3$ und der Schallgeschwindigkeit von $c_F = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sind in Tabelle 3.6 für eine Diskretisierung mit den in Kapitel 3.4 beschriebenen Elementen dargestellt. Wie bei den Strukturelementen

Methode	ω_{001}	ω_{002}	ω_{003}	ω_{101}	ω_{102}	ω_{004}	ω_{110}
analytisch	0.1667	0.3333	0.5000	0.5270	0.6009	0.6666	0.7071
FEM 3*3*9 HEX8	0.1675	0.3401	0.5230	0.5492	0.6293	0.7211	0.7397
FEM 3*3*9 HEXEC27	0.1667	0.3334	0.5004	0.5274	0.6013	0.6683	0.7076

Tabelle 3.6: Eigenfrequenzen in $[Hz]$ eines schallharten Rechteckraumes

zeigt sich eine gute Übereinstimmung insbesondere bei dem HEXEC27 mit quadratischen Ansätzen. Die Diskretisierung mit den HEX8 Elementen erweist sich schon ab der dritten Eigenfrequenz als nicht mehr ausreichend.

3.6 FE-Kopplung von Struktur und Fluid

Aus der Druckformulierung der FE Gleichungen für das Fluid F , Gleichung (3.34), und der Wegformulierung für die Struktur S , Gleichung (3.26), erhält man das vollständig gekoppelte Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_F - \omega^2 \mathbf{M}_F & -\rho \omega^2 \mathbf{C}^T \\ -\mathbf{C} & \mathbf{K}_S - \omega^2 \mathbf{M}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_S \end{bmatrix}, \quad (3.40)$$

wobei sich die Kopplungsmatrix $\mathbf{C} = \int_{\Gamma_2} \mathbf{N}_S^T \mathbf{N}_F d\Gamma$ als Integral auf dem Koppelrand Γ_2 über das Produkt der Ansatzfunktionen für die Struktur und für das Fluid (s. Gleichungen (3.10) bzw. (3.38)) ergibt. Bereits in den Gleichungen in integraler Form für die Struktur (Gleichung (3.1)) sowie für das Fluid (Gleichung (3.29)) ist zu erkennen, daß in den Kopplungsintegralen nur Produkte aus dem Schalldruck p und der Verschiebung w stehen, d. h. nur die virtuellen Arbeiten vom Schalldruck auf den virtuellen Verschiebungen bzw. von den Verschiebungen auf dem virtuellen Schalldruck jeweils am Kopplungsrand Berücksichtigung finden. Aus diesem Grund bietet sich eine Kondensation der für das gekoppelte Problem primär nicht benötigten Freiheitsgrade der Struktur ϕ_x, ϕ_y, u, v und ϕ_z an ([16], [98]). Dies führt außerdem zu einer beträchtlichen Einsparung von Rechenzeit und Speicherbedarf. Die kondensierte Strukturgleichung wird mit einem * gekennzeichnet. Da sowohl für das Fluid als auch für die Struktur gleiche Ansatzfunktionen verwendet werden, wird hier, um ein symmetrisches Gesamtgleichungssystem zu erhalten, die Fluidgleichung noch durch den Faktor $\rho \omega^2$ geteilt:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\rho \omega^2} \mathbf{K}_F - \frac{1}{\rho} \mathbf{M}_F & -\mathbf{C}^T \\ -\mathbf{C} & (\mathbf{K}_S - \omega^2 \mathbf{M}_S)^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_S \end{bmatrix}. \quad (3.41)$$

3.6.1 Mehrfache Fluid-Struktur-Kopplung

Sind bei dem zu untersuchenden Problem mehrere Fluidgebiete und Strukturen miteinander zu koppeln, wie das etwa in Abbildung 3.8 gezeigt ist (man stelle sich z. B. eine Doppelwand zwischen zwei Räumen vor, deren Zwischenraum mit Luft oder Mineralfaserdämmung gefüllt ist), erfolgt dies analog. Allerdings muß dabei berücksichtigt werden, daß der Schalldruck vor und hinter der trennenden Struktur im allgemeinen unterschiedlich ist, das bedeutet, daß an der Koppelfläche ein Schalldrucksprung auftritt. Die Verschiebungen leisten dann Arbeit auf der Differenz der Schalldrücke. Bei einer entsprechend günstigen Knotennumerierung erhält man

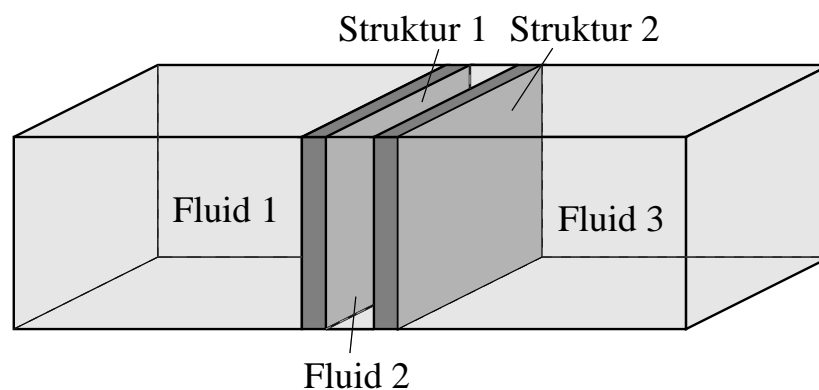


Abbildung 3.8: Beispiel für eine mehrfache Fluid-Struktur-Kopplung

für das in Abbildung 3.8 dargestellte Problem das in Abbildung 3.9 schematisch wiedergegebene Gesamtgleichungssystem. Dieses System wird mit einem direkten Gleichungslöser gelöst, der sowohl dessen Symmetrie als auch dessen Bandförmigkeit ausnutzt [2].

3.6.2 Anforderungen an die Diskretisierung

Bei dem hier vorliegenden dynamischen Problem variieren die Verformungen und der Schalldruck in Abhängigkeit von der Frequenz. Daher müssen die Abmessungen der Finiten Elemente kompatibel mit der Wellenlänge der maximal zu betrachtenden Frequenz sein. Ein Minimum von fünf Punkten sind beispielsweise notwendig, um eine fortschreitende Welle gut beschreiben zu können [39]. GÖRANSSON [65] gibt als Faustregel den Wert von sechs bis zwölf Knoten pro Wellenlänge an je nach Art der Analyse und der geforderten Genauigkeit, und auf ähnliche Werte wird auch in [39] hingewiesen. Insbesondere in Bezug auf Schalltransmissionsvorgänge ist festzustellen, daß die Wellenlänge im Fluid und z. B. die Biegewellenlänge in der Struktur sehr unterschiedlich sein können [84], was zu unterschiedlichen Anforderungen an die Elementierung des Fluids sowie der Struktur führt. Üblicherweise muß die Struktur feiner diskretisiert werden, das bedeutet, daß entweder auch das Fluid in entsprechender Weise elementiert wird oder daß ein geeigneter Kopplungsalgorithmus verwendet werden muß, der auch ungleiche Diskretisierungen berücksichtigen kann [134]. Für massive Trennwände befinden sich die Biegewellenlängen der Struktur jedoch häufig im Bereich der Wellenlängen von Luft [84]. In jedem Fall ist aber auf eine ausreichende Elementierung der jeweiligen Gebiete zu achten.

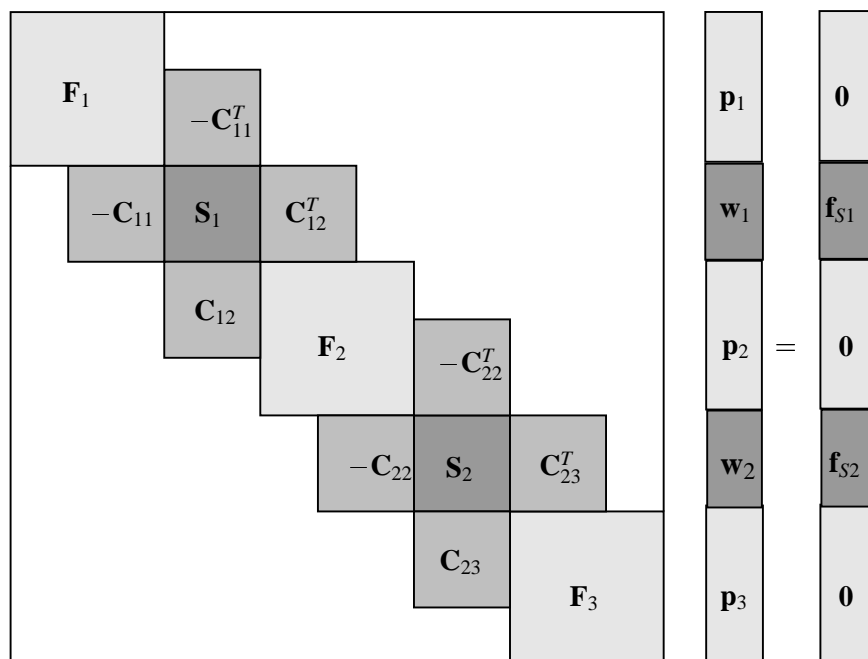


Abbildung 3.9: Schema des Gesamtgleichungssystems

4 Schalldämmung von Trennbauteilen

4.1 Anforderungen und Nachweise

Die Belästigung durch störende Schallereignisse, vor allem durch Straßenlärm, ist ein erhebliches Umwelt- und Gesundheitsrisiko. Daher ist dem Schutz vor unerwünschten Schallereignissen insbesondere im Hochbau vermehrte Beachtung zu schenken. So bestehen für Räume, die dem Aufenthalt von Menschen dienen, Mindestanforderungen an die Schalldämmung der trennenden Bauteile, welche durch Nachweise erfüllt sein müssen [40]. Der wichtigste Kennwert zur Beschreibung des Schalldämmverhaltens ist das Schalldämm-Maß R bzw. das Bau-Schalldämm-Maß R' , beides frequenzabhängige Bauteileigenschaften [48]. In Abbildung 4.1 sind die typischen Verhältnisse, die man im Hochbau vorfindet, schematisch dargestellt. Eine

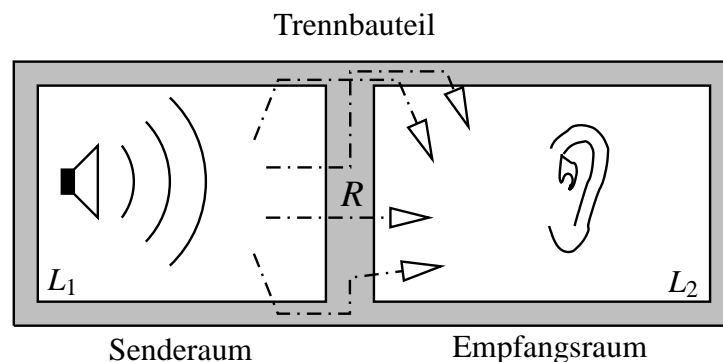


Abbildung 4.1: Darstellung der Luftschallübertragungswege zwischen benachbarten Räumen [48]

Schallquelle im Senderaum erzeugt Schallwellen, welche auf das Trennbauteil und angrenzende Bauteile treffen und die daraufhin zu Schwingungen angeregt werden. Der Schall im Empfangsraum setzt sich dann aus Anteilen zusammen, die auf direktem oder indirektem Wege aufgrund der Schallabstrahlung des Trennbauteils bzw. der flankierenden Bauteile dort entstehen. Das Schalldämm-Maß R läßt sich beispielsweise mit Hilfe von Messungen aus der Differenz der Schallpegel im Empfangsraum L_1 und im Senderaum L_2 ermitteln und das Bau-Schalldämm-Maß R' ergibt sich zu

$$R' = L_1 - L_2 + 10 \lg \frac{S}{A} = 20 \lg \frac{p_1}{p_0} - 20 \lg \frac{p_2}{p_0} + 10 \lg \frac{S}{A} \quad [dB], \quad (4.1)$$

wobei mit $p_0 = 20 \frac{\mu N}{m^2}$ der Bezugsschalldruck, mit p_1 und p_2 der Schalldruck im jeweiligen Raum, mit $A [m^2]$ die äquivalente Absorptionsfläche im Empfangsraum und mit $S [m^2]$ die Fläche des trennenden Elementes gekennzeichnet sind. Das Schalldämm-Maß wird im allgemeinen über der Anregungsfrequenz aufgetragen und man erhält so eine Schalldämmkurve beispielsweise für den bauakustisch interessanten Frequenzbereich von 100 bis 3200 Hz.

Die Nachweise über eine ausreichende Schalldämmung (z. B. der Schutz gegen Außenlärm) können durch Vergleiche mit als geeignet anerkannten Ausführungen, in Verbindung mit oder auch allein durch Berechnungen sowie auf meßtechnischem Wege geführt werden [56]. Zur einfacheren Handhabung werden diese Nachweise allerdings für das bewertete Schalldämm-Maß R_w durchgeführt, eine Einzahlangabe, die durch einen Vergleich der frequenzabhängigen Schalldämmkurve mit einer Sollkurve gebildet wird [44]. Diese Soll- oder Bezugskurve hat den idealisierten Verlauf des Schalldämm-Maßes einer 25 cm dicken Vollziegelwand. Das bewertete Schalldämm-Maß R_w erhält man dadurch, daß die Bezugskurve gedanklich soweit nach oben oder unten verschoben wird, bis die Summe der Unterschreitungen durch die frequenzabhängig vorliegende Schalldämmkurve so groß wie möglich ist, aber höchstens 32,0 dB bei Werten in 16 Terzbändern erreicht. Dies entspricht jeweils einer zulässigen mittleren Unterschreitung von 2 dB. Das bewertete Schalldämm-Maß ist dann der Wert der verschobenen Bezugskurve bei 500 Hz. Zur Veranschaulichung dieses Bezugskurvenverfahrens ist in Abbildung 4.2 ein Beispiel wiedergegeben.

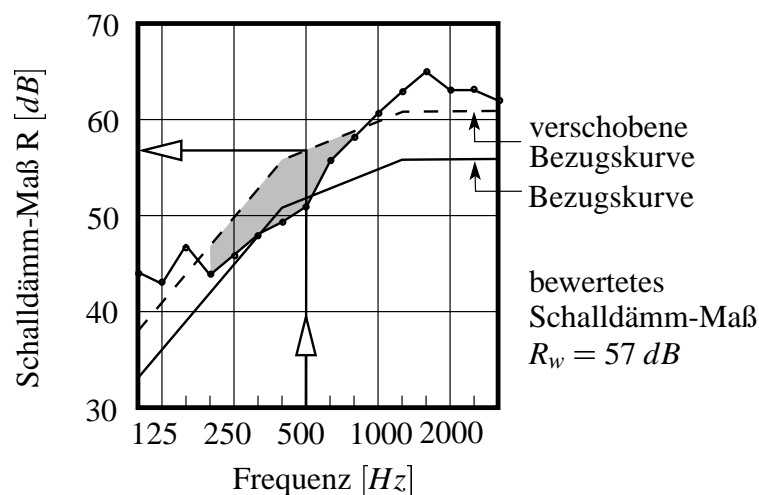


Abbildung 4.2: Beispiel für die Ermittlung des bewerteten Schalldämm-Maßes R_w [56]

Das vorhandene bewertete Schalldämm-Maß R_w muß größer als das erforderliche sein, wobei der Einfluß flankierender Bauteile durch Korrekturwerte erfaßt wird. Die Mindestanforderung an eine Haustrennwand ist z. B. ein bewertetes Schalldämm-Maß von 57 dB, Vorschläge für einen erhöhten Schallschutz sehen 67 dB vor. Allerdings sollte dabei beachtet werden, daß die Angabe von Einzahlwerten im allgemeinen keine eindeutigen Rückschlüsse auf das physikalische Verhalten und die subjektive Geräuschwahrnehmung durch den Menschen zuläßt, da ganz unterschiedliche Frequenzverläufe zu denselben Einzahlwerten führen können [127] und einiges an Information verloren geht.

4.2 Möglichkeiten zur Bestimmung des Schalldämm-Maßes

4.2.1 Abschätzung des Schalldämm-Maßes

Schon seit Ende des 19. Jahrhunderts beschäftigen sich Wissenschaftler mit der Theorie der Schalldämmung und entwickeln Ansätze und Berechnungsformeln, um das Schalldämm-Maß von unendlichen und endlichen, sowie von einfachen und komplexen Bauteilen im voraus abschätzen zu können. MEHRA [106] gibt in seiner Arbeit einen detaillierten Überblick darüber. Grundsätzlich lassen sich aus bauakustischer Sicht einschalige und mehrschalige Bauteile unterscheiden, wobei im folgenden nur einige wesentliche Aspekte des physikalischen Hintergrundes beleuchtet werden.

Einschalige Bauteile

Zur näherungsweisen Beschreibung des Schalldämmverhaltens von einschaligen, homogenen, unendlich ausgedehnten Wänden dient das BERGERSche Massengesetz

$$R = 10 \lg \left[1 + \left(\frac{\omega \rho_S h}{2 \rho_F c_F} \cos \vartheta \right)^2 \right] \quad [dB] \quad (4.2)$$

mit der flächenbezogenen Masse der Wand $m' = (\rho_S h)$ in $[\frac{kg}{m^2}]$, ϑ als Schalleinfallswinkel, der Dichte der Luft $\rho_F \approx 1,21 \frac{kg}{m^3}$ und der Schallgeschwindigkeit in Luft $c_F \approx 340 \frac{m}{s}$. Es besagt, daß eine Verdopplung der Frequenz oder der Masse ($\rho_S h$) etwa durch die Verwendung einer Wand mit doppelter Dicke das Schalldämm-Maß um 6 dB vergrößert. Außerdem besteht eine Abhängigkeit vom Schalleinfallswinkel: bei streifendem Schalleinfall ($\vartheta = 90^\circ$) ist das Schalldämm-Maß gering, bei senkrechtem Schalleinfall ($\vartheta = 0^\circ$) am größten [88].

Wird neben der Masse auch die Biegesteifigkeit B (s. Kapitel 2.1.2) der Wand berücksichtigt, berechnet sich das Schalldämm-Maß näherungsweise aus [74]

$$R = 10 \lg \left[1 + \left(\omega \rho_S h - B \omega^3 \frac{\sin^4 \vartheta}{c_F^4} \right)^2 \frac{\cos^2 \vartheta}{(2 \rho_F c_F)^2} \right] \quad [dB]. \quad (4.3)$$

Daraus ergibt sich, daß der Steifigkeitsanteil, der mit der dritten Potenz der Frequenz ansteigt, vom zur Frequenz proportionalen Masseanteil subtrahiert wird: es existiert also eine Frequenz, die Grenz- oder Koinzidenzfrequenz f_G , für die beide Anteile gleich sind. Bei dieser Frequenz stimmen die Wellenlängen des einfallenden und abgestrahlten Luftschalles mit der Biegewellenlänge der Wand überein, und es kommt zu einem starken Einbruch der Schalldämmkurve, der allerdings durch die immer vorhandene Dämpfung abgefangen werden kann.

Für Frequenzen oberhalb der Grenzfrequenz ist z. B. in [35] eine Näherungsformel angegeben, die auch die Dämpfung mittels des Verlustfaktors η erfaßt

$$R = 20 \lg \frac{\omega \rho_S h}{2 \rho_F c_F} + 10 \lg(2\eta) + 5 \lg \frac{f}{f_G} \quad [dB]. \quad (4.4)$$

Bisher wurden nur einige Aspekte des Schalldämmverhaltens unendlich ausgedehnter Bauteile betrachtet. Die Abschätzung der Schalldämmung praxisüblicher, endlicher, einschaliger Wände

ist wesentlich komplexer, da u. a. Randeinflüsse hinzukommen. Prinzipiell läßt sich aber das Schalldämmverhalten wie in Abbildung 4.3 schematisch darstellen, wobei dort ebenso die Ein-

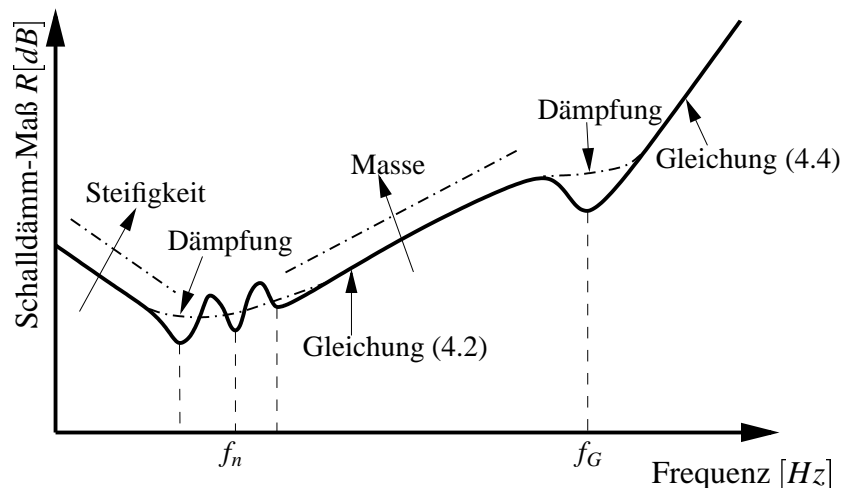


Abbildung 4.3: Schalldämmverlauf einchaliger, homogener Bauteile [113]

flüsse der Dämpfung, der Erhöhung der Steifigkeit und der Vergrößerung der Masse zu sehen sind. Der Randeinfluß der endlichen Bauteile macht sich vor allem unterhalb des massedominierten Bereiches bemerkbar, wo es in der Nähe der ersten Platteneigenfrequenzen der Wand f_n zu Einbrüchen im Schalldämm-Maß kommt, die allerdings ebenfalls durch eine Erhöhung der Dämpfung abgeschwächt werden können.

Mehrschalige Bauteile

Aus Gleichung (4.2) kann man ablesen, daß bei einer Verdopplung der Masse der Wand das Schalldämm-Maß um 6 dB steigt. Will man hohe Dämmwirkungen erreichen und gleichzeitig Flächengewicht und damit auch Materialkosten einsparen, geht man zu einer zwei- oder mehrschaligen Bauweise über. So sind z. B. einschalige Haustrennwände für einen erhöhten Schallschutz nicht mehr ausreichend [121]. Eine detaillierte Diskussion über das Schalldämmverhalten unendlich ausgedehnter Doppelwände ist bei FAHY [53] zu finden. Unter einer Doppelwand versteht man eine aus zwei Platten bestehende Wand, wobei die beiden Platten einen gewissen Abstand voneinander haben. Der Zwischenraum ist in der Regel luftgefüllt oder wird mit einer Dämmschicht versehen. Eine schematische Darstellung des Schalldämmverhaltens von Doppelwänden (luftgefüllt sowie mit einer Dämmschicht) im Vergleich zu einer Einzelwand bzw. einer Doppelwand ohne Abstand der Schalen voneinander ist in Abbildung 4.4 zu sehen.

Grundsätzlich sind zwei wesentliche Unterschiede gegenüber den einschaligen Wänden festzustellen: es kommt zu Einbrüchen im Schalldämm-Maß in der Nähe der Masse-Feder-Masse Resonanz f_0 sowie bei den Hohlraumresonanzen f_H . Bei der Masse-Feder-Masse Resonanz f_0 eines zweischaligen Bauteils handelt es sich um diejenige Frequenz, bei der die beiden Schalen (zwei Massen) mit maximaler Amplitude unter Zusammendrückung der als Feder

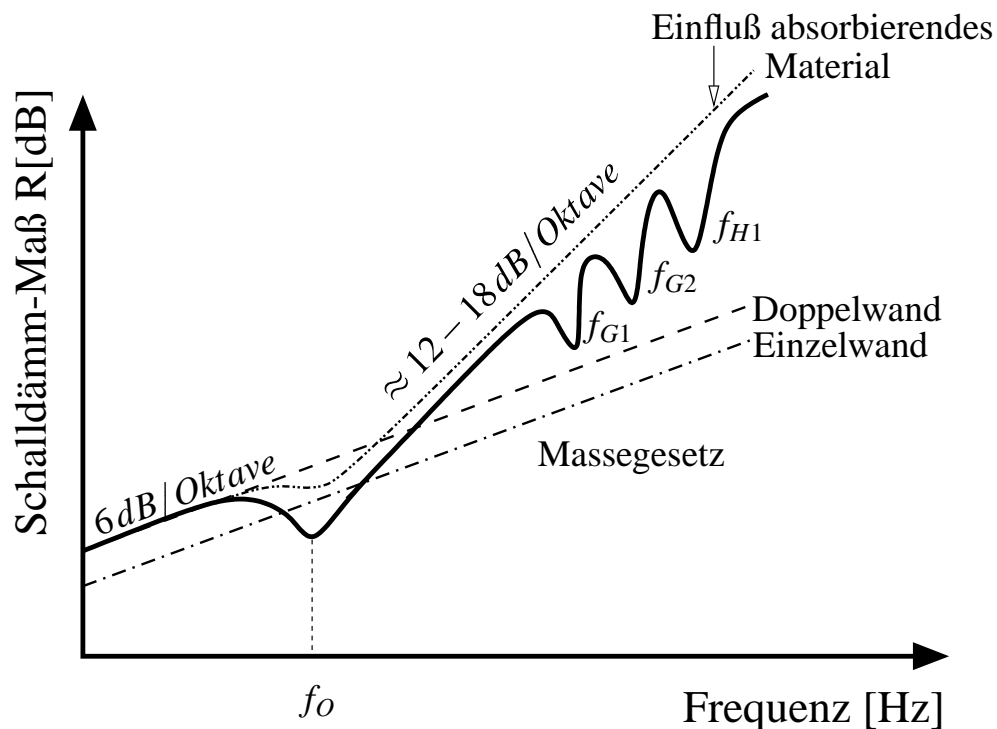


Abbildung 4.4: Schalldämmverlauf eines typischen, zweischaligen Bauteils [113]

wirkenden Zwischenschicht (wie z. B. ein Luftpolster oder eine Dämmschicht) gegeneinander schwingen, was zu einer Verschlechterung der Luftschalldämmung führt. Sie ist abhängig von den Massen der Einzelschalen und dem Schalenabstand. Die Hohlraumresonanzen f_H sind ebenfalls abhängig vom Schalenabstand und sind auf die Eigenschwingungen des Hohlraumes zurückzuführen. Die positiven Auswirkungen des Einbringens von absorbierendem Material in den Zwischenraum ist deutlich zu erkennen: sowohl die Einbrüche in der Nähe der Grenzfrequenzen der beiden Schalen (f_{G1} und f_{G2}) als auch die bei der Masse-Feder-Masse Resonanz sowie bei den Hohlraumresonanzen werden gedämpft. Eine deutliche Verbesserung des Schalldämmverhaltens gegenüber einschaligen Bauteilen tritt allerdings erst bei Frequenzen auf, die über der Frequenz f_0 liegen, sofern die beiden Schalen voneinander entkoppelt sind. Jede mechanische Kopplung der beiden Schalen z. B. bei leichten Trennwänden aus Gipskarton durch das Ständerwerk oder bei zweischaligen Haustrennwänden über Mörtelbrücken verringert die Schalldämmung erheblich und sollte durch die nötige Sorgfalt bei Bauplanung und -ausführung vermieden werden [128].

4.2.2 Messung des Schalldämm-Maßes

Die Meßverfahren zur Bestimmung des Schalldämm-Maßes von Trennwänden sind in deutschen [41] bzw. europäischen [42] Normen detailliert festgelegt. Dabei kann die Messung sowohl in speziellen bauakustischen Laboratorien (in der Regel nebenwegfreie Prüfstände) als auch direkt vor Ort an der Bausituation (mit Berücksichtigung der Flankenübertragung) erfol-

gen. Für Innenwände eignet sich das in Abbildung 4.1 dargestellte Zweiraumverfahren, bei dem sich das Prüfobjekt zwischen zwei Räumen befindet. Im Senderraum erzeugen geeignete Lautsprecher ein stationäres Luftschallfeld. Die Schalldruckpegel werden daraufhin im Senderraum und im Empfangsraum mit Hilfe von Mikrofonen an unterschiedlichen Positionen gemessen und zeitlich sowie räumlich gemittelt. Desweiteren wird üblicherweise die Nachhallzeit T im Empfangsraum bestimmt, um daraus die äquivalente Absorptionsfläche A mit Hilfe der SABINESchen Formel

$$T = 55,3 \frac{V}{Ac_F} = 0,163 \frac{V}{A} \quad [s] \quad (4.5)$$

zu ermitteln, wobei mit V das Raumvolumen und mit c_F die Schallgeschwindigkeit in Luft gekennzeichnet sind. Daraus läßt sich mit Gleichung (4.1) das Bau-Schalldämm-Maß R' bestimmen.

Handelt es sich bei dem Prüfobjekt um eine Außenwand, kann die Anregung von außen durch Verkehrslärm oder ebenfalls durch Lautsprecherschall erfolgen. Allerdings wird dann der mittlere Schalldruckpegel außen direkt an der Oberfläche des Prüfobjektes gemessen. Weiterhin eignet sich hierfür auch ein Intensitätsverfahren [43].

Um repräsentative Ergebnisse zu erhalten und um beispielsweise eine gute Übereinstimmung zwischen Ergebnissen aus verschiedenen Laboratorien zu gewährleisten, werden in den Normen detaillierte Anforderungen an die Prüfobjekte und deren Einbau, an die Meßräume, an die Meßapparatur, an die Positionen der Mikrofone und Lautsprecher, an die Durchführung der Messungen usw. gestellt. Dadurch wird versucht, die Streubreite in den Ergebnissen möglichst gering zu halten. Dennoch, so haben einige Ringversuche an verschiedenen Laboratorien gezeigt ([57],[109]), können Unterschiede im Verlauf der Schalldämmkurve von bis zu 8 dB auftreten, für die die unterschiedlichen Prüfstandskonstruktionen verantwortlich gemacht werden, welche letztendlich verschiedene Verlustfaktoren des Bauteils verursachen. Eine Verbesserung der Ergebnisse wurde durch die Messung der jeweiligen Verlustfaktoren und eine Umrechnung auf einen Referenzverlustfaktor erzielt. Abschließend ist zu sagen, daß die Messung der Schalldämmung von Wänden relativ kompliziert ist, einige Erfahrung erfordert [41] und daß eventuelle Parameterstudien nur mit hohem Aufwand durchzuführen sind.

4.2.3 Berechnung des Schalldämm-Maßes aus Bauteileigenschaften

In der EN 12354 [48] sind erstmals Rechenmodelle zur Ermittlung der Luftschalldämmung zwischen Räumen in Gebäuden aus den Bauteileigenschaften festgelegt. Diese die direkte Schalldämmung sowie die Flankenübertragung kennzeichnenden Eigenschaften werden überwiegend aus Meßdaten sowie aus theoretisch abgeleiteten Verfahren der Schallausbreitung gewonnen. In dieser Norm werden zwei Rechenmodelle beschrieben, ein detailliertes für die Berechnung in Frequenzbändern, woraus Einzahlangaben ermittelt werden können, und ein vereinfachtes mit eingeschränktem Einsatzbereich, welches unmittelbar die Einzahlangaben der einzelnen beteiligten Bauteile verwendet. Grundlage dieser Rechenmodelle ist eine ausführliche Untersuchung der einzelnen in Abbildung 4.1 dargestellten Schallübertragungswege, wobei neben der direkten und indirekten Luftschallübertragung auch die Körperschallübertragungswege berücksichtigt werden. Einfluß hat hier insbesondere das Stoßstellendämm-Maß K_{ij} , welches die Übertragung

von Körperschalleistung an einer Stoßstelle von Bauwerksteilen für jeden Übertragungsweg ij beschreibt.

Zur Genauigkeit der Berechnungsmodelle bemerkt die *EN 12354*, daß diese stark von einigen Faktoren wie der Genauigkeit der Eingangsdaten, der Übereinstimmung vom Modell mit der Bausituation, der Art der beteiligten Stoßstellen usw. abhängig ist. Für Gebäude mit homogenen tragenden Wänden ergeben sich Werte in der Einzahlangabe mit einer Standardabweichung von etwa 2 dB.

4.2.4 Numerische Simulation der Schalltransmission

Die Simulation von Schalltransmissionsvorgängen mit Hilfe numerischer Verfahren gewinnt in Zeiten steigender Rechnerressourcen zunehmend an Bedeutung. Da zudem die Messung der Schalldämmung sehr kostenintensiv ist und stets einen Prototyp erfordert, bieten sich rechnerische Untersuchungen an [105], zumal damit auch recht komplexe Geometrien und Randbedingungen erfaßt werden können. Der Einsatz von Elementverfahren wie die FEM oder die REM und/oder Kombinationen von beiden hat sich in der Praxis bewährt.

Schon CRAGGS und STEAD [33] untersuchten unter Verwendung der FEM sowohl für die Luft als auch für die trennende Struktur die Schallübertragung zwischen zwei Räumen, allerdings nur für zweidimensionale Probleme. MEHRA [106] benutzt ebenfalls die FEM zur Bestimmung der Luftschalldämmung von einschaligen Trennbauteilen, die angrenzenden Luftschichten werden jedoch nicht diskretisiert, so daß in diesem Modell keine Rückwirkungseffekte sowie keine Einflüsse der beteiligten Räume berücksichtigt werden. Erst kürzlich haben MALUSKI und GIBBS [100] den Schalldurchgang zwischen benachbarten Räumen bei niedrigen Frequenzen untersucht und dabei ein vollständig gekoppeltes FE-Modell der Räume sowie der Trennwand verwendet. Ihre Berechnungen führten sie jedoch nur bis etwa 160 Hz durch. PANNETON et al. ([116],[117]) haben den Schalldurchgang durch eine endliche Doppelwand, welche mit einem absorbierenden Material gefüllt ist, ebenfalls mit der FEM bestimmt und verwendeten dabei zwei unterschiedliche Ansätze zur Beschreibung des porösen Materials. Allerdings wurden auch hier die beiden angrenzenden Räume nicht diskretisiert.

Gebräuchlich ist weiterhin eine Kombination von FEM und REM, wobei die FEM in der Regel zur Beschreibung der Struktur und die REM für das umgebende, abgeschlossene oder unendliche Fluidgebiet dient. Diese Vorgehensweise benutzen MCCULLOCH und VON ESTORFF [105] sowie COYETTE [32] und berechnen damit das Schalldämm-Maß von mehrschaligen Bauteilen. Insbesondere kommt ein spezielles, effektives Randelement-Modell zum Einsatz, bei dem davon ausgegangen wird, daß die zu untersuchende Struktur in einer unendlich ausgedehnten Ebene (Baffle) eingespannt ist. LANGER [88] bzw. LANGER und ANTES [89] verwenden zur Simulation der Schalltransmission durch Isolierverglasungen ein vollständig gekoppeltes Modell, wobei zur Beschreibung der Innenraumfluide und der Struktur die FEM und für das Außenraumfluid die REM angewendet wird.

Es ist außerdem möglich, sowohl für die Struktur als auch für die beteiligten Fluide die REM einzusetzen [31]. Allerdings schränkt die Verfügbarkeit geeigneter Fundamentallösungen für komplexere Strukturen den Einsatz der REM für die Strukturseite ein.

GAGLIARDINI et al. [58] gehen zur Berechnung der Schalltransmission zwischen Räu-

men einen anderen Weg und benutzen kein Elementverfahren. Dort ist die grundlegende Gleichung für den Schalldruck die Wellengleichung und für die Raumeigenschwingungen werden cosinusförmige Ansätze gemacht. Für die Wand wird die KIRCHHOFFsche Plattengleichung verwendet und die Wandeigenschwingungen werden durch sinusförmige Ansätze beschrieben. Der Schalldruck auf der Wandoberfläche wird in Abhängigkeit einer sogenannten Impedanzmatrix und der Schallschnelle der Wand bestimmt. Dabei ist die Genauigkeit der Berechnungen abhängig von der Zahl und der Auswahl der Eigenformen.

Schon Ende der sechziger Jahre setzten CROCKER und PRICE [38] die SEA ein, um die Schalldämmung von Trennbauteilen zu berechnen. Dabei wird das Gesamtsystem in schwingungsfähige Subsysteme aufgeteilt, deren Zustandsgrößen die in den Subsystemen gespeicherten Energien und die zwischen den Systemen fließenden Leistungen darstellen, welche aus probabilistischer Sicht als Erwartungswerte aufgefaßt werden. Der große Vorteil der SEA liegt in der geringen Nutzung von Rechnerzeit und -kapazität, so daß auch komplexe Systeme bei hohen Frequenzen untersucht werden können. Nachteilig erscheint zum einen die Beschränkung auf Berechnungen im mittleren bzw. hohen Frequenzbereich, da eine ausreichende Modendichte vorhanden sein muß, und zum anderen die starke Abhängigkeit der Genauigkeit von der Wahl der Subsysteme. Außerdem ist es nicht möglich mit der SEA, detaillierte Informationen über die Verteilung der Feldvariablen innerhalb jedes Subsystems zu erhalten [54].

Art der Kopplung

Bei der Untersuchung von Fluid-Struktur Interaktionen wird die Art und Weise der Berechnung, ob einseitig oder wechselseitig gekoppelt, häufig davon abhängig gemacht, ob es sich um leichte Fluide wie Luft oder schwere wie z. B. Wasser handelt. Ein nützliches Kriterium, um den Einfluß des Fluids abzuschätzen, lautet [12]

$$b = \frac{\rho_{FCF}}{\rho_S h \omega}. \quad (4.6)$$

Für $b < 1$ ist der Einfluß des Fluids gering und es wird häufig ein ungekoppelter Ansatz angewendet. Hierbei wird zuerst das Schwingungsproblem gelöst und die Verschiebungen der Struktur werden daraufhin als Randbedingungen für das meist akustische Problem benutzt. Ist $b \geq 1$ sind die Auswirkungen des Fluids wichtig und dürfen nicht vernachlässigt werden, wie beispielsweise bei leichten schwingenden Strukturen in Wasser. Eine gekoppelte Berechnung ist unbedingt erforderlich. Eine sture Anwendung dieses Kriteriums auf die Problemstellung dieser Arbeit würde allerdings bedeuten, daß eine gekoppelte Betrachtungsweise nicht notwendig ist. Doch schon FAHY weist darauf hin [53], daß bei Innenraumfluiden der Fluideinfluß insbesondere bei resonantem Verhalten oftmals essentiell sein kann. So führen sowohl WU [139] als auch LANGER [88] Vergleiche zwischen ungekoppelten und gekoppelten Schalltransmissionsberechnungen durch und stellen fest, daß nur eine gekoppelte Berechnung die komplexen Interaktionen zwischen Fluid und Struktur und die gesamten Rückwirkungseffekte erfaßt. Dies wird auch am im nachfolgenden Abschnitt beschriebenen Beispiel deutlich.

Verifikationsbeispiel

Um das in den vorigen Kapiteln beschriebene numerische Verfahren zu verifizieren und um gleichzeitig deutlich zu machen, welche Faktoren schon bei einem relativ einfachen Beispiel Einfluß auf das Schalldämmverhalten haben, wird das Schalldämm-Maß des in Abbildung 4.5 gezeigten Wand-Raum-Wand-Raum Systems bestimmt, ein Beispiel, welches von GUY [68] mit Hilfe eines Modalansatzes und auch experimentell untersucht wurde. Die aus Messing her-

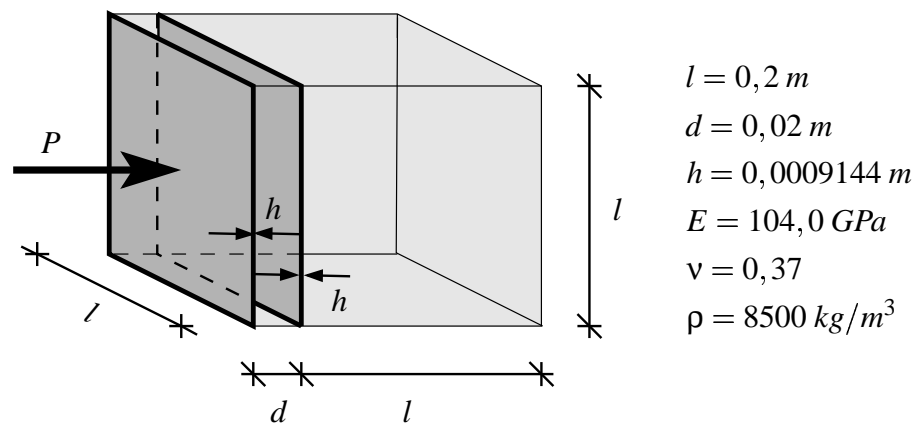


Abbildung 4.5: Wand-Raum-Wand-Raum System

gestellten Platten sind dabei gelenkig gelagert und alle Wände mit Ausnahme beider Trennplatten werden als schallhart angenommen. Beide Platten sind elastisch und werden durch den senkrecht einfallenden Schalldruck (als konstante Flächenlast auf die äußere Platte modelliert und mit P gekennzeichnet) zu Schwingungen angeregt. Ein Vergleich der Ergebnisse der Berechnungen von GUY und zweier FE-Berechnungen mit unterschiedlicher Diskretisierung ist in Abbildung 4.6 zu sehen. Bei der groben Berechnung werden die Trennplatten mit jeweils 3×3 Neun-Knoten-Elementen, der luftgefüllte Zwischenraum mit $3 \times 3 \times 2$ und der zweite Raum mit $3 \times 3 \times 3$ HEXEC27 Elementen diskretisiert. Die feine Diskretisierung besteht aus 6×6 Neun-Knoten-Elementen für die Platten und $6 \times 6 \times 3$ bzw. $6 \times 6 \times 6$ HEXEC27 Elementen für die Luft.

Es ist festzustellen, daß schon durch die grobe Diskretisierung das prinzipielle Schalldämmverhalten dargestellt wird, allerdings nimmt die Übereinstimmung wie erwartet mit zunehmender Frequenz ab. Die feinere Diskretisierung jedoch ergibt fast im gesamten Frequenzbereich eine sehr gute Übereinstimmung mit den von GUY berechneten Werten. Es zeigt sich weiterhin, daß es insbesondere im Bereich von Resonanzerscheinungen zu Einbrüchen im Verlauf der Schalldämmkurven kommt. So erfolgen die Einbrüche bei etwa 82, 390 und 700 Hz an den Orten der ersten Eigenfrequenzen der gelenkig gelagerten Platten. Das schlechte Schalldämmverhalten in der Nähe von 186 Hz ist auf die bei Doppelplatten charakteristische Masse-Feder-Masse Resonanz, auf die in Kapitel 4.2.1 bereits hingewiesen wurde, zurückzuführen. Deutlich sind ebenfalls die typischen Doppelpeaks zu erkennen, die durch die Nähe der Eigenfrequenzen der einzelnen Platten und des Platte-Hohlraum-Platte Systems verursacht werden [68]. Bei etwa 850 Hz befindet sich die erste Hohlraumresonanz des zweiten Raumes und es kommt in diesem Bereich wie in Kapitel 4.2.1 beschrieben zu einem Einschnitt im Schalldämm-

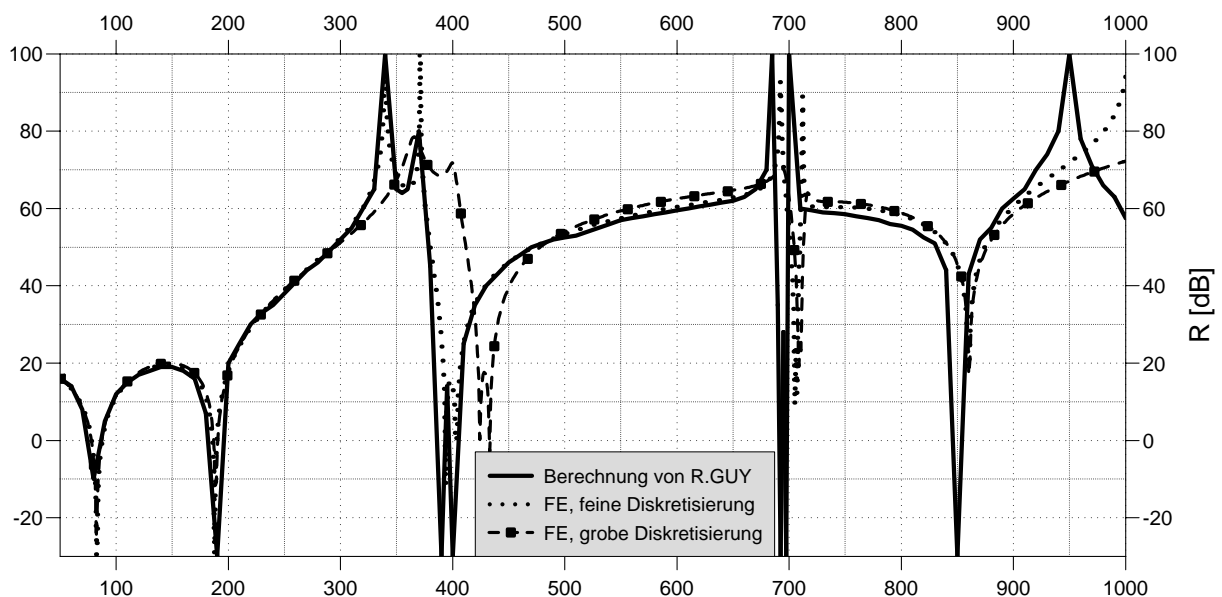


Abbildung 4.6: Schalldämm-Maß einer Doppelplatte: Vergleich von FE-Berechnungen mit Ergebnissen von GUY [68]

verlauf. Die Einbrüche an den Resonanzstellen sind insgesamt stark ausgeprägt und reichen sogar in negative Bereiche hinein. In [69] wird dieses Phänomen als negative Schalldämmung bezeichnet. Eine Erhöhung der Dämpfung würde allerdings die Auswirkung an den Resonanzstellen abschwächen.

Meßergebnisse werden üblicherweise an den Terzmittenfrequenzen (bei 50, 63, 80, 100, 125, 160, 200, 250, 315,... [Hz] [49]) gemittelt. Die gemittelte Schalldämmkurve für die FE-Berechnung mit der feinen Diskretisierung ist in Abbildung 4.7 der schmalbandigen, d. h. der nicht an den Terzmittenfrequenzen gemittelten Schalldämmkurve gegenübergestellt. Eine Mittelung der Ergebnisse führt naturgemäß zu einer „Verschmierung“ der einzelnen Effekte, eine detaillierte und physikalisch sinnvolle Ergebnisinterpretation ist oftmals nicht mehr möglich, dennoch sind Terz- oder sogar Oktavfrequenzmittlungen bei Messungen die Regel und sie werden hier bei Vergleichen von Messungen und Berechnungen ebenfalls durchgeführt.

4.3 Einflußfaktoren auf die Schalldämmung

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Einflußfaktoren auf das Schalldämm-Maß von Trennbauteilen zusammenfassend dargestellt und erläutert, um die Komplexität des Schalldämmverhaltens zu verdeutlichen. Weiterhin wird aufgezeigt, welche Einflüsse von einem geeigneten Berechnungsprogramm berücksichtigt werden sollten, damit es für den Planer eines Bauwerks in der Entwurfs- und Konstruktionsphase ein hilfreiches Werkzeug sein kann. Die Einflußfaktoren werden dabei in vier verschiedene Kategorien eingeordnet: die Baustoffeigenschaften, den

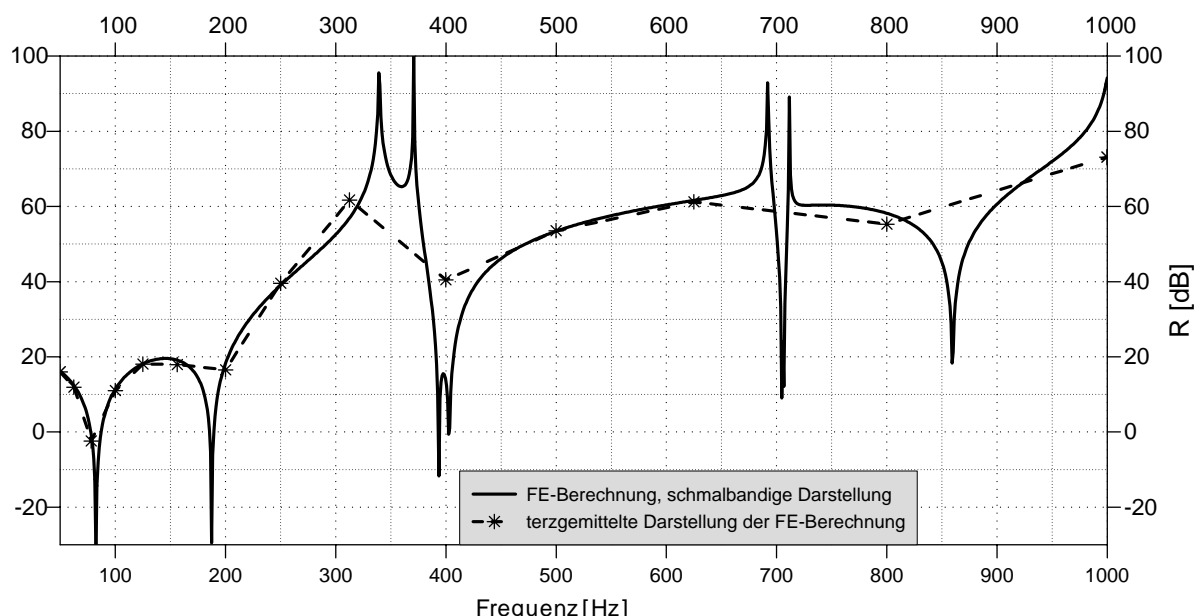


Abbildung 4.7: Schalldämm-Maß einer Doppelplatte: Vergleich einer schmalbandigen und einer terzgemittelten Darstellung

Wandaufbau, die Schallanregung und die Geometrie.

4.3.1 Baustoffeigenschaften

Wie aus den Gleichungen in Kapitel 4.2.1 ersichtlich, ist das Schalldämm-Maß stark abhängig von den Materialparametern Elastizitätsmodul, Dichte, Dicke und den Dämpfungseigenschaften des Bauteils. Durch Variation dieser Eigenschaften in den Gleichungen (4.2) bis (4.4) kann ihr Einfluß prinzipiell abgeschätzt werden. Dabei können sie sich jedoch auch gegenseitig beeinflussen (beispielsweise der Masse- und der Steifigkeitseinfluß), so daß im Einzelfall detaillierte Untersuchungen erforderlich sind. MEHRA [106] hat in seiner Dissertation einige Parametervariationen der Baustoffeigenschaften durchgeführt.

Darüberhinaus muß insbesondere bei dickeren massiven Wänden im Bereich höherer Frequenzen der Schubmodul des Bauteils z. B. durch Verwendung der Mindlinschen Plattentheorie berücksichtigt werden, da nicht mehr nur reine BiegeWellen auftreten [108]. Die endliche Schubdeformation kann bei hohen Frequenzen zu einer Verringerung des Schalldämm-Maßes gegenüber der einfachen Biegetheorie von durchaus 5 dB führen. Werte, die auch experimentell bestätigt wurden ([73], [99]).

Auch etwaige Inhomogenitäten der Baustoffeigenschaften, wie z. B. anisotropes Materialverhalten von Holz oder Mauerwerk, haben Auswirkungen auf die Schalldämmung. So untersucht MAYSENHÖLDER ([103], [104]) u. a. den Schalldurchgang durch periodisch inhomogene, anisotrope, dünne Platten unendlicher Ausdehnung und stellt fest, daß bei steigender Anisotropie die Unterschiede gegenüber einer isotropen Berechnung immer größer werden. Als charakteristisch für anisotrope Platten stellt sich ein breiterer Einbruch in der Nähe der Koin-

zidenzfrequenz heraus. Zudem kann eine isotrope Berechnung auch zu einer Überschätzung des tatsächlichen Schalldämmverhaltens führen. Der unterschiedliche inhomogene Steinaufbau führt schließlich auch bei Wänden aus Lochsteinen zu sehr unterschiedlichen Schalldämmwerten bei verschiedenartigen Lochbildern, selbst wenn sich die flächenbezogene Masse der Steine in der gleichen Größenordnung befindet [102]. Im Vergleich mit homogenen Wänden können bis zu 10 dB niedrigere bewertete Schalldämm-Maße auftreten [56]. In bezug auf die Schalldämmung von Lochsteinwänden haben WEBER et al. [136] den Einfluß der Steingeometrie und der Vermauerung untersucht und festgestellt, daß verschiedene Lochbilder zu Unterschieden von über 10 dB, die Art der Vermörtelung, die Breiten der Fugen und verschiedene Steinformate zu Unterschieden von jeweils 5 dB im bewerteten Schalldämm-Maß führen können.

4.3.2 Wandaufbau

In dem Kapitel 4.2.1 wurde schon darauf hingewiesen, daß der Aufbau der Trennwand große Auswirkungen auf die Schalldämmung hat. Vor allem mehrschalige Wände weisen ein komplexes und von vielerlei Parametern abhängiges Schalldämmverhalten auf. So weist LANGER [88] darauf hin, daß neben dem Schalenaufbau und dem Abstand der Schalen sowohl die Füllung des Zwischenraumes als auch die Kopplung der Schalen von beträchtlichem Einfluß sind.

Grundsätzlich unterscheidet man biegeeweiche und biegesteife Schalen, wobei als Unterscheidungskriterium die Koinzidenzfrequenz dient. Biegeeweiche Bauteile besitzen Koinzidenzfrequenzen von $f_G > 2000 \text{ Hz}$. Die Kombination gleichartiger oder unterschiedlicher Platten führt zu verschiedenartigem Schalldämmverhalten, welches im folgenden kurz erläutert wird. Eine ausführlichere Darstellung dieses Sachverhaltes mit Konstruktionsbeispielen findet sich beispielsweise in [56].

Zweischalige Wände aus schweren biegesteifen Schalen (beispielsweise aus Kalksandsteinmauerwerk) kommen aufgrund ihrer hohen Schalldämmung häufig im Bereich von Gebäudetrennfugen zum Einsatz, ihre Masse-Feder-Masse Resonanz liegt idealerweise im Bereich sehr niedriger Frequenzen ($f_0 < 100 \text{ Hz}$). Bei der Verwendung von zwei leichten biegesteifen Schalen sollte durch den Einsatz unterschiedlicher Schalendicken oder verschiedenen Materials auf eine ausreichende „Verstimmung“ geachtet werden, damit sich der Koinzidenzeinfluß im mittleren Frequenzbereich durch den symmetrischen Aufbau nicht verstärkt.

Wände mit einer Vorsatzschale kombinieren die Vorteile einer biegesteifen Wand (große Masse) mit denen einer biegeweichen Schale (geringe Schallabstrahlung). Positiv wirkt sich ebenfalls die starke Verstimmung der Koinzidenzfrequenzen und eine geeignete Wahl der Resonanzfrequenz f_0 aus.

Wände aus biegeweichen Schalen (z. B. Gipskarton) werden häufig als leichte Trennwände eingesetzt, wobei in der Regel eine Stützkonstruktion erforderlich ist. Die konstruktive Ausführung des Ständerwerks (Holz- oder Stahlständer unterschiedlichen Profils, Abstand voneinander, getrennte Ständer für jede Wandschale, Schraubverbindungen) hat dabei große Auswirkungen auf das Schalldämmverhalten [127].

Bei allen mehrschaligen Wänden verbessert die Füllung des Hohlraumes zwischen den Schalen durch eine poröse Dämmschicht die Schalldämmung aufgrund der in Kapitel 4.2.1 beschriebenen Bedämpfung der Hohlraumresonanzen und der Verminderung der Kopplung zwi-

schen den Schalen. Die Verbesserung erfolgt dabei in Abhängigkeit von der Art (Mineralfaser, Schäume, Schafwolle,...) und den Eigenschaften (Strömungswiderstand, Dichte, Absorptionsgrad) des Dämm-Materials und vom Füllgrad des Zwischenraumes [1].

Schallbrücken jeglicher Art sind zu vermeiden, da sie zu einer starken Verminderung der Schalldämmwirkung führen, die u. a. auf der für den Schalldurchgang notwendigen mehrfachen Umwandlung von Luft- in Körperschall und auf den bei den jeweiligen Impedanzsprüngen auftretenden Reflexionen beruht. Schallbrücken verringern die Impedanzsprünge durch eine feste Verbindung zwischen den Schalen. So untersucht SCHOLZE [128] den Einfluß von Schallbrücken bei zweischaligen Haustrennwänden und stellt fest, daß durch eine einzige Schallbrücke von $0,005 \text{ m}^2$ Querschnittsfläche in einer Wand von 9 m^2 Fläche das bewertete Schalldämm-Maß um 19 dB reduziert wurde.

4.3.3 Schallanregung

In diesem Abschnitt sind die Einflußfaktoren zusammengestellt, die mit der Anregung des Schalls verbunden sind. Dazu zählen neben der Art der Anregung und den in Kapitel 3.4.1 beschriebenen akustischen Randbedingungen auch die Auswirkungen unterschiedlicher Schalleinfallswinkel.

Es bestehen Unterschiede im Schalldämmverhalten des Trennbauteils je nachdem, ob es über Luftschallwellen oder über Körperschallwellen angeregt wird. Mit Körperschall wird die direkte mechanische Anregung beispielsweise durch Klopfen oder Hämmern bezeichnet. Eine spezielle Form des Körperschalls ist der Trittschall, der z. B. bei Begehen eines Bauteiles oder Herabfallen eines Gegenstandes entstehen kann. Der Nachweis der Trittschalldämmung basiert allerdings nicht wie bei der Luftschalldämmung auf der Messung einer Schallpegeldifferenz, sondern es wird mittels eines Norm-Hammerwerkes eine wohl definierte Körperschallanregung vorgegeben und der Schalldruckpegel im Empfangsraum gemessen [41]. Auf eine nähere Beschreibung der Vorgänge bei der Trittschalldämmung wird jedoch in dieser Arbeit verzichtet, da sie in Bezug auf das Schalldämmverhalten von Wänden keine Rolle spielt.

Die akustischen Randbedingungen der beteiligten Wände und Räume, damit sind z. B. die Reflexionseigenschaften und das Schallabsorptionsvermögen der Bauteile gemeint, dürfen bei der Untersuchung der Schalldämmwirkung nicht unberücksichtigt bleiben. Bei Messungen wird dieser Einfluß über den in Gleichung (4.1) angegebenen Quotienten aus Trennfläche und äquivalenter Schallabsorptionsfläche im Empfangsraum erfaßt. Dennoch hat eine Variation der Absorptionsfläche im Empfangsraum darüber hinausgehende Auswirkungen, die damit nicht vollständig berücksichtigt werden, die Absorptionsfläche im Senderaum hingegen spielt keine große Rolle [58].

Wie anhand von Gleichung (4.2) bereits kurz erläutert, ist die Schalldämmwirkung abhängig vom Schalleinfallswinkel auf das Bauteil und hängt damit auch von der Position der Schallquelle im Senderaum ab. GAGLIARDINI et al. [58] haben insbesondere bei tieferen Frequenzen große Unterschiede bis zu 5 dB je nach Positionierung der Schallquelle festgestellt. FAHY [53] gibt Schalldämmwerte für drei Arten von anregenden Schallfeldern an: senkrecht einfallender Schall, ein diffuses Schallfeld und ein Schallfeld, welches durch einen oberen Grenzwinkel in seinem Einfallswinkelbereich beschränkt ist („field incidence“).

Bei senkrechtem Schalleinfall ergibt sich die größte Schalldämmwirkung, da zum einen nur symmetrische Plattenmoden angeregt werden und zum anderen die Schallabstrahlung gering ist [88]. Ein Schallfeld ist diffus, wenn zwei Kriterien erfüllt werden [83]: eines für die räumliche und eines für die Richtungsdiffusität. Räumliche Diffusivität liegt vor, wenn an jedem Ort eines Raumes die Schallenergie gleich ist und jedes Volumenelement gleichmäßig in alle Richtungen Schall abstrahlt. Wenn sich die Schallenergie mit gleicher Wahrscheinlichkeit in alle Richtungen ausbreitet und der Einfallswinkel auf die Begrenzungen des Raumes zufällig verteilt ist, ist auch die Richtungsdiffusität gegeben. Bei einem vollkommen diffusen Schallfeld erhält man die geringsten Werte für die Schalldämmung. Bei der Bestimmung des Schalldämm-Maßes von Bauteilen wird bei Messung und Berechnung in der Regel von einem diffusen Schallfeld ausgegangen. Die Übereinstimmung von Messung und Rechnung allerdings ist unter dieser Annahme vielfach eher mäßig, da das sich tatsächlich bei Messungen durch vielfältige Reflexionen einstellende Schallfeld oftmals nicht vollkommen diffus ergibt. Um diese Diskrepanzen zu beheben, wurde die „field incidence method“ mit einer gewissen Obergrenze des Schalleinfallswinkels eingeführt. Die Mittelung des in Kapitel 2.2.2 eingeführten Schalltransmissionsgrades über alle Schalleinfallswinkel ϑ erfolgt anhand von Gleichung (4.7) zur Anpassung an Meßergebnisse nicht mit einer oberen Grenze von $\vartheta_{lim} = 90^\circ$ wie bei diffusem Schalleinfall, sondern mit Werten zwischen $\vartheta_{lim} = 70^\circ$ bis $\vartheta_{lim} = 85^\circ$

$$\tau_m = \frac{\int_0^{\vartheta_{lim}} \tau(\vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta}{\int_0^{\vartheta_{lim}} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta}, \quad (4.7)$$

wobei mit τ_m der gemittelte Schalltransmissionsgrad bezeichnet wird. Allein die Variation des oberen Grenzwinkels zwischen 70° und 85° kann schon für einschalige Wände zu einer Differenz von 4 dB und für zweischalige Wände von über 10 dB führen [83]. KANG et al. zeigen dort, daß diese Vorgehensweise jedoch für mehrschalige Wände fehlschlägt, und gelangen mit der Annahme einer Gaußschen Verteilungsfunktion für die Schalleinfallswinkel zu besseren Ergebnissen im Vergleich Messung - Rechnung.

4.3.4 Geometrie

In diesem letzten Abschnitt zu den Einflußfaktoren sind diejenigen Effekte aufgeführt, die sich aus den geometrischen Gegebenheiten ableiten lassen. Dazu zählen neben den Abmessungen der Wände und Räume, den Lagerungsbedingungen und der Art der Stoßstellenausführung auch solche Effekte wie Dickenresonanzen und der Einfluß flankierender Bauteile.

Die Längsabmessungen der Wände haben insbesondere im Bereich niedriger Frequenzen erhebliche Auswirkungen auf das Schalldämmverhalten, da diese maßgeblich die Lage der strukturellen Eigenfrequenzen beeinflussen. Speziell in der Nähe der ersten Eigenfrequenz kommt es im Schalldämmverhalten zu einem Einbruch. Anhand von Gleichung (4.8) [93], mit der man beispielsweise die Eigenfrequenzen gelenkig gelagerter Platten analytisch bestimmen kann, läßt sich diese Abhängigkeit ablesen

$$\omega_{m,n} = \sqrt{\frac{B}{\rho h} \left[\left(\frac{m\pi}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{l_y} \right)^2 \right]} \quad (4.8)$$

mit $m, n = 0, 1, 2, \dots$ und der Breite l_x und der Länge l_y der Wand. Je kleiner die Abmessungen der Wand, desto weiter werden die Eigenfrequenzen im Frequenzspektrum nach oben verschoben. Insbesondere unterhalb der ersten Eigenfrequenz ist die Abhängigkeit der Schalldämmung von der Geometrie auch bei gleicher Biegesteifigkeit und Masse sehr stark. MEHRA [106] untersucht in diesem Zusammenhang Wände unterschiedlicher Abmessungen und erhält äußerst differierende Ergebnisse. Kleinere Bauteile wirken demnach biegesteifer als solche mit großen Längenabmessungen aber sonst gleichen Merkmalen. Die Steifewirkung einer Wand hängt von der Bauteilgeometrie ab, obwohl die Biegesteifigkeit B nach Kapitel 2.1.2 nicht durch die Längenabmessungen beeinflusst wird.

Die Größen der Sende- und Empfangsräume sind aufgrund ihrer spezifischen Eigenfrequenzen und deren Lage zu den strukturellen Eigenfrequenzen ebenfalls von Bedeutung für die Dämmwirkung der Trennwand. So schreibt die DIN 52210 [41] vor, daß das Volumen der Prüfräume mindestens 50 m^3 betragen soll, damit eine gewisse Eigenfrequenzdichte auch schon bei tiefen Frequenzen vorherrscht. Weiterhin dürfen die Prüfräume nicht dieselben Längenabmessungen oder ganzzahlige Vielfache voneinander aufweisen, da es sonst zu starken Kopplungen an den gleichen Raumeigenfrequenzen und damit zu einem Absinken des Schalldämm-Maßes kommt [47]. Zu einer Verschlechterung der Werte der Schalldämmung kommt es zudem, wenn die Raumeigenfrequenzen mit denen der Wand zusammenfallen.

Desweiteren beeinflusst die Art der Lagerung das Schalldämmverhalten der Wände. Grundsätzlich lassen sich die Randbedingungen frei, gelenkig gelagert, eingespannt und elastisch unterscheiden, wobei sämtliche Kombinationen möglich sind. Die verschiedenen Lagerungsarten bedingen ein unterschiedliches Eigenschwingungsverhalten, welches zu Einbrüchen in den Schalldämmkurven führt. So ergeben sich insbesondere in der Nähe der ersten Eigenfrequenzen bei unterschiedlicher Lagerung größere Differenzen. MEHRA [107] stellt für eine einschalige Wand aus Normalbeton mit 12 cm Dicke Unterschiede von über 10 dB bei verschiedenen, nicht allseitig gleichartigen Randlagerungen und welche von bis zu 10 dB bei verschiedenen, aber allseitig gleichartigen Randlagerungen fest. Bei höheren Frequenzen wirkt sich die Art der Randlagerung nicht mehr so stark aus, obwohl auch dort Unterschiede von bis zu 3 dB auftraten. DONNER [47] bemerkt in diesem Zusammenhang, daß sich bei einer eingespannten Lagerung die geringsten resonanzartigen Schalldämmeinbrüche einstellen und sich damit prinzipiell im Mittel die höchsten Schalldämm-Maße ergeben müßten. MALUSKI [100] jedoch weist zudem auf einen Zusammenhang von Wanddicke und Randlagerung hin. So hat sich bei Untersuchungen an einer Mauerwerkswand unterschiedlicher Dicke herausgestellt, daß bei der dünnen Wand die gelenkige Lagerung und bei der dicken Wand die eingespannte Lagerung zu besseren Werten für die Schalldämmung geführt haben.

In Bezug auf die Randlagerung von Wänden stellt die Frage, wie sich die tatsächlichen Randbedingungen einer realen Trennwand darstellen lassen, einen weiteren Unsicherheitsfaktor dar, der stets genauer untersucht werden sollte. Gibt z. B. die Annahme einer allseitig eingespannten Wand die Situation vor Ort bzw. im Prüfstand treffend wieder oder beschreibt beispielsweise eine Kombination von Randbedingungen oder eine mehr oder weniger ausgeprägte elastische Lagerung die Einbaubedingungen besser? So versucht MALUSKI [100] die tatsächlichen Randbedingungen einer Mauerwerkswand zu ermitteln, indem sie deren strukturelle Eigenfrequenzen durch Messungen bestimmt und mit den rechnerisch zu erwartenden Eigen-

frequenzen verschiedener klassischer Randlagerungen vergleicht. Für die untersuchte Mauerwerkswand ergab eine SCSC-Lagerung der vier Seiten der Wand die beste Übereinstimmung, wobei mit S (= simply supported) die gelenkige und mit C (=clamped) die eingespannte Lagerung bezeichnet wird.

Bereits in Kapitel 4.2.3 wurde auf den Einfluß der Ausführung der Stoßverbindungen von Wänden hingewiesen. Es ist einsichtig, daß die Art der Anbindung der Trennwand an die Seitenwände, bzw. an die Decke und an den Fußboden Auswirkungen auf das Schalldämmverhalten haben muß. In der EN 12354 [48] wird zur Erfassung dieses Einflusses das Stoßstellendämm-Maß eingeführt, eine Bauteileigenschaft, die die Verminderung der Körperschalleistung beschreibt und die aus Messungen von Schnellepegeldifferenzen an der Stoßstelle, den Verbindungslängen der Bauteile an der Stoßstelle und ihren Dämpfungseigenschaften abgeleitet wird. Die Größe des Stoßstellendämm-Maßes ist zur Zeit noch relativ schwer quantifizierbar, die gemessenen Daten weisen eine typische Streuung von $\pm 3 \text{ dB}$ auf, welche für Stoßstellen mit Leichtbauteilen auf $\pm 5 \text{ dB}$ zunimmt. Empirische Angaben für einige typische Stoßstellenausführungen (starrer Kreuz- bzw. T-Stoß, Stoßstellen mit Leichtbaufassaden, Ecken) sind in [48] zu finden.

Da, wie in Abbildung 4.1 dargestellt, Schall nicht nur auf direktem Wege übertragen werden kann, sondern auch über sich anschließende Decken, Fußböden oder Wände, ist es notwendig, auch diese Körperschall-Nebenweg-Übertragung oder Flankenübertragung zu erfassen. In DIN 4109 [40] geschieht dies für Gebäude in Massivbauart mit Hilfe der beiden Korrekturwerte $K_{L,1}$ und $K_{L,2}$ in Abhängigkeit der mittleren flächenbezogenen Masse der flankierenden Bauteile bzw. der Anzahl der flankierenden, biegeweichen Bauteile oder der flankierenden Bauteile mit biegeweicher Vorsatzschale. Diese Korrekturwerte werden dem bewerteten Schalldämm-Maß beaufschlagt, wobei $K_{L,1}$ Werte zwischen $+4 \text{ dB}$ und -7 dB und $K_{L,2}$ zwischen $+1 \text{ dB}$ und $+6 \text{ dB}$ annehmen kann. In EN 12354 [48] sind detailliertere Rechenmodelle zur Berücksichtigung der Nebenwege angegeben, wobei beispielsweise bei Beteiligung von jeweils vier flankierenden Bauteilen die Flankenschallübertragung auf insgesamt zwölf verschiedenen Wegen erfolgt. Für jeden Weg läßt sich ein Flankendämm-Maß definieren und entsprechend berücksichtigen. Häufig wird die Schalldämmung mit Flankenübertragung auch mit Hilfe der in Kapitel 4.2.4 erwähnten SEA ermittelt, da damit auch komplexere Bauteile und Gebäudekonstruktionen näherungsweise erfaßt werden können [34].

Neben der Flankenübertragung kann der Schall auch durch Teilflächen geringerer Schalldämmung wie beispielsweise Fenster oder Türen oder auch durch Öffnungen wie z. B. Undichtigkeiten oder Rohrleitungen übertragen werden. Diese Nebenwege können dabei maßgeblichen Anteil am Schalldämmverhalten haben. Liegen z. B. bei einer aus unterschiedlichen Teilflächen A_i bestehenden Trennwand die einzelnen Schalldämm-Maße R_i vor, läßt sich daraus die flächengewichtete, resultierende Schalldämmung R_{res} bestimmen. Die Wirkung von Öffnungen und Schlitten kann man mit Hilfe eines sogenannten Fugen-Schalldämm-Maßes R_F erfassen, wobei das tatsächliche Schalldämm-Maß der Fuge auf ein flächennormiertes Fugen-Schalldämm-Maß bezogen wird. Allerdings ist zu beachten, daß die durch die Öffnung übertragene Schalleistung oftmals nicht dem Anteil der Öffnungsfläche an der Gesamtfläche entspricht, sondern infolge von Resonanz- und Beugungserscheinungen auch erheblich größer sein kann [56]. CHEN [30] untersucht den Einfluß verschieden großer Öffnungen auf das Schalldämmverhalten und

stellt bei einer Variation des Öffnungsschlitzes von $0,78\text{ cm}$ bis $6,67\text{ cm}$ Unterschiede von über 10 dB fest. Insgesamt läßt sich das resultierende Schalldämm-Maß infolge Öffnungen und unterschiedlicher Teilflächen mit Hilfe von

$$R_{res} = -10 \log \frac{\sum_{i=1}^n A_i 10^{R_i/10} + \sum_{j=1}^m A_F 10^{R_F/10}}{\sum_{i=1}^n A_i + \sum_{j=1}^m A_F} \quad (4.9)$$

näherungsweise ermitteln [76], wobei mit A_F die Öffnungsflächen und mit m, n die Anzahl der Teilflächen bzw. Öffnungen bezeichnet wird.

Als letzter Einflußfaktor seien noch die Dickenresonanzen erwähnt, die bei dicken Wänden bei hohen Frequenzen auftreten und dort zu Einbrüchen in der Schalldämmkurve von einigen dB führen [99]. Bei diesen Frequenzen entstehen stehende Longitudinalwellen innerhalb des Querschnittes der Wand und verursachen eine zusätzliche Abstrahlung von Luftschall. Diese Vorgänge werden allerdings durch die MINDLIN-Plattentheorie nicht erfaßt [73]. Da jedoch die erste Dickenresonanz beispielsweise für eine 20 cm dicke Betonwand erst bei über 7000 Hz auftritt [99], ist es hier nicht erforderlich, diesen Effekt zu berücksichtigen.

5 Anwendungsbeispiele

In diesem Abschnitt wird das vorgestellte Berechnungsprogramm zunächst eingesetzt, um an kleineren Modellbeispielen einige Parameterstudien durchzuführen, bevor es zur Untersuchung des Schalldämmverhaltens von ausgewählten, realitätsnahen Wänden und für Vergleiche von Rechnungen mit Messungen verwendet wird. Dabei wird auf eine detaillierte Beschreibung der Beispiele und Angabe der Materialparameter Wert gelegt, da dies leider in der Literatur und bei Messungen häufig vernachlässigt wurde, was beispielsweise den Vergleich mit nachträglich durchgeführten Berechnungen stark erschwert.

5.1 Schalldämmung einer einschaligen Betonwand

An dem in Abbildung 5.1 dargestellten Modellbeispiel einer 12 cm dicken, einschaligen Betonwand, die zwei rechteckige Räume voneinander trennt, werden im Folgenden die Einflüsse unterschiedlicher Wandabsorptionen (Schallabsorptionsgrad α), verschiedener Lagerungsbedingungen sowie die Auswirkungen unterschiedlich starker Dämpfung (Verlustfaktor η) auf das Schalldämm-Maß genauer untersucht. Die Diskretisierung des Senderraumes erfolgt mit

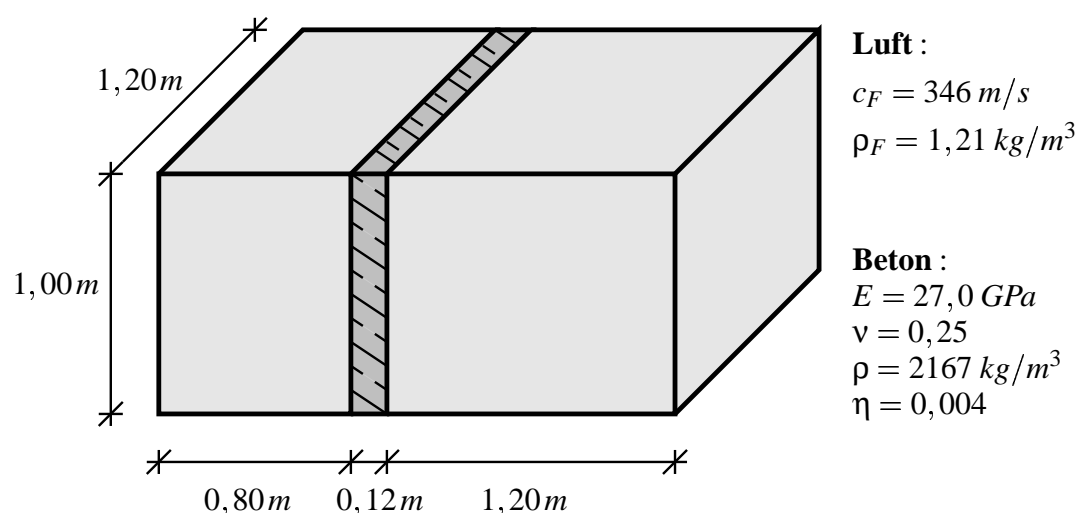


Abbildung 5.1: System- und Materialdaten einer einschaligen Betonwand

432 und die des Empfangsraumes mit 648 HEXEC27 Elementen. Für die Trennwand ergibt

sich eine Diskretisierung mit 72 Neun-Knoten-Elementen. Damit besitzt das gekoppelte Gleichungssystem 10639 Unbekannte. Eine derartige Diskretisierung führt bei Beachtung der Regel von 6 Knoten pro Wellenlänge auf eine obere Grenze des gültigen Frequenzbereiches von etwa 1000 Hz. Die Anregung im Senderraum erfolgt durch mehrere, zufällig auf der wandabgewandten Stirnfläche angeordnete Schallquellen durch Vorgabe eines Schallflusses an den entsprechenden Knoten.

5.1.1 Einfluß des Schallabsorptionsgrades

Zur Untersuchung der Auswirkungen unterschiedlicher Schallabsorptionsgrade α auf das Schalldämmverhalten dieser Betonwand werden an allen Wänden der beiden Räume mit Ausnahme der Trennwand verschiedene Schallabsorptionsgrade vorgegeben. Zunächst erfolgt eine in beiden Räumen gleichmäßige Variation und die Ergebnisse sind in Abbildung 5.2 dargestellt. Für $\alpha = 0$, das entspricht $r = 1$ (schallhart), ergibt sich ein sehr unruhiger Verlauf des

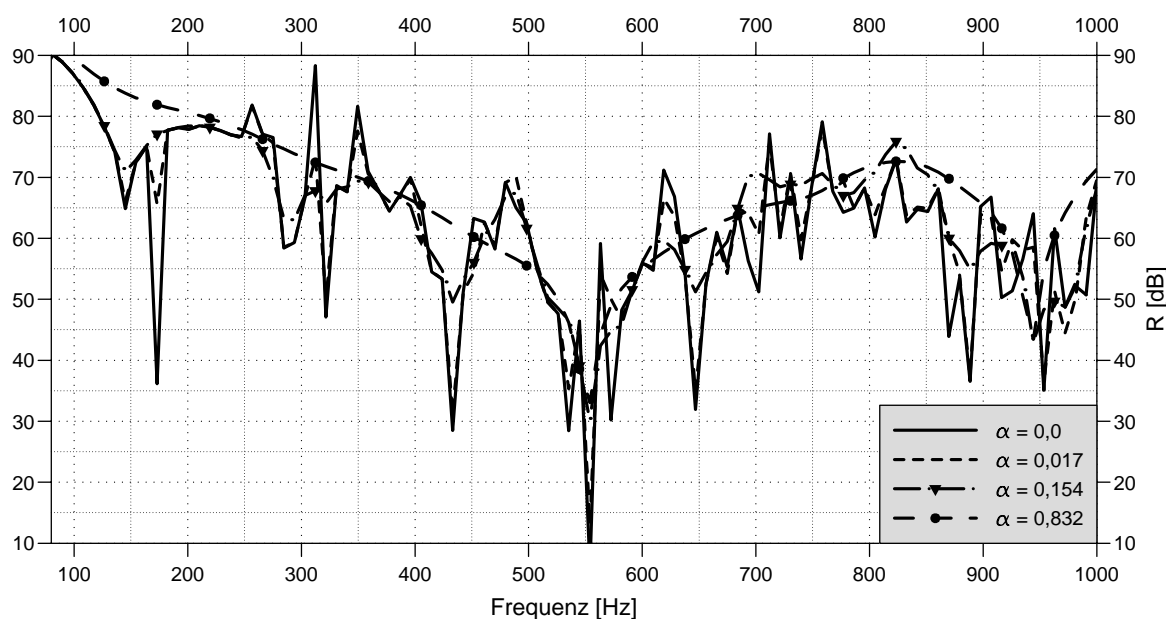


Abbildung 5.2: Schalldämm-Maß einer Betonwand in Abhängigkeit vom Schallabsorptionsgrad

Schalldämm-Maßes. Die Eigenfrequenzen beider Räume beginnend bei etwa 144, 173 Hz usw. führen zu deutlichen Einbrüchen. Bei $\alpha = 0,017$ sind einige der Spitzen bzw. der Einbrüche nicht mehr ganz so stark ausgeprägt, allerdings sind die Unterschiede zur schallharten Berechnung nicht sehr groß. Befindet sich α hingegen in einem in der Praxis oftmals gegebenen Bereich ($\alpha = 0,154$) sind deutlichere Veränderungen zu erkennen. Die Kurve wird sichtlich geglättet, wobei sich das Niveau insgesamt nur unwesentlich ändert. Bei dem sehr hohen Absorptionsgrad von $\alpha = 0,832$ haben die Eigenfrequenzen beider Räume so gut wie keinen Einfluß mehr. Nur die Einbrüche im Bereich der beiden ersten Wandeigenfrequenzen (bei etwa 550 und

940 Hz, eingespannte Lagerung [97]) bleiben nahezu unverändert stark ausgeprägt. Insgesamt ergibt sich eine Schalldämmkurve deren Verlauf und Niveau gut mit der eines Beispiels von MEHRA [106] vergleichbar ist. Zunächst ist das Schalldämm-Maß von der Steifigkeit dominiert (siehe Abbildung 4.3) und fällt zur ersten Wandeigenfrequenz hin ab. Anschließend steigt es an und in der Nähe der zweiten Eigenfrequenz kommt es wiederum zu einem Einbruch.

In Abbildung 5.3 ist der Einfluß unterschiedlicher Absorptionsgrade im Empfangsraum (α_2) bei konstantem Absorptionsgrad im Senderraum (α_1) dargestellt. Wiederum zeigt sich, daß

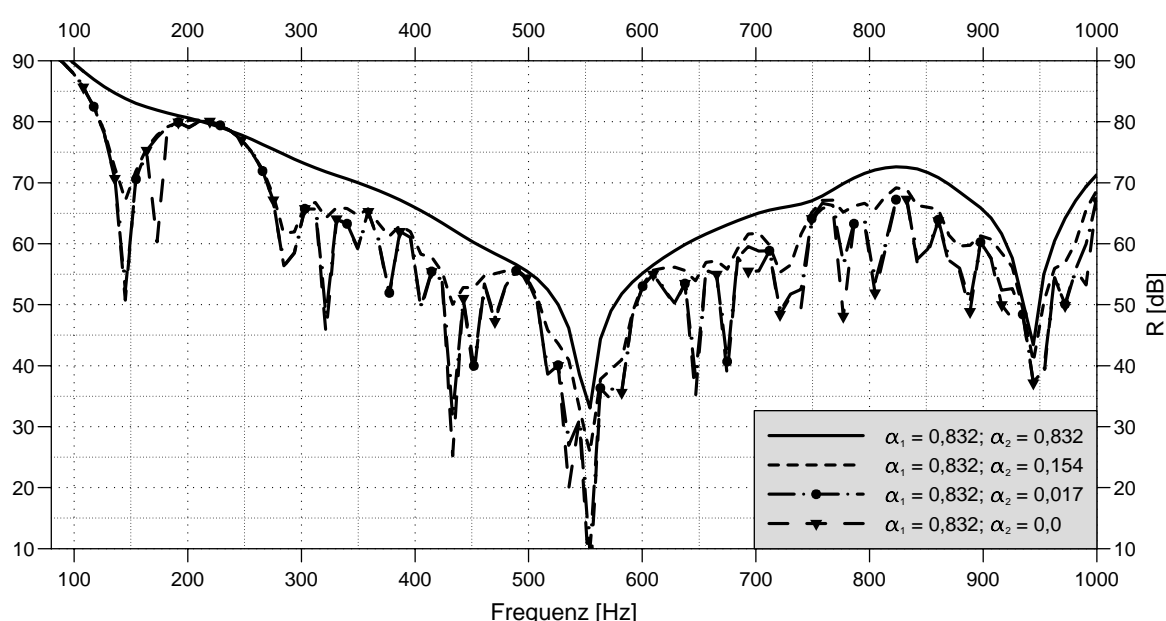


Abbildung 5.3: Schalldämm-Maß einer Betonwand bei Variation des Schallabsorptionsgrades im Empfangsraum

der Einfluß der Raumeigenfrequenzen bei einem geringen Absorptionsgrad α_2 sehr stark ist, dieser hingegen bei größer werdendem α_2 mehr und mehr verschwindet. Deutlich zu erkennen ist weiterhin, daß im Gegensatz zu der in beiden Räumen gleichmäßigen Variation des Absorptionsgrades eine Veränderung der absorbierenden Eigenschaften allein im Empfangsraum große Auswirkungen auf das Niveau des Schalldämm-Maßes hat. Bei wachsendem α_2 steigt auch das Schalldämm-Maß an, da im Empfangsraum mehr Schallenergie absorbiert wird. Interessanterweise treten im Vergleich zu Abbildung 5.2 keine Spitzen im Schalldämm-Maß auf, die über der Schalldämmkurve für den gleichmäßig hohen Absorptionsgrad von $\alpha_2 = 0,832$ liegen, was damit begründet werden kann, daß die Eigenfrequenzen des ersten Raumes, die dort zu den hohen Schalldruckpegeln führten, nun vollständig absorbiert werden. Insgesamt besteht für das Schalldämmverhalten eine große Abhängigkeit von den Absorptionseigenschaften des Empfangsraumes, so daß diese bei Messungen mit Hilfe von Gleichung (4.1) Berücksichtigung finden müssen.

5.1.2 Einfluß verschiedener Lagerungsbedingungen

Wie in Kapitel 4.3.4 bereits angedeutet, hat die Lagerung der Wände, die vor Ort ausgeführte Verbindung der Trennwand mit den angrenzenden Wänden, mit der Decke und mit dem Fußboden, besonders bei tieferen Frequenzen durch die unterschiedliche Lage der strukturellen Eigenfrequenzen erhebliche Auswirkungen auf das Schalldämmverhalten. Die Lagerungsbedingungen üblicher Wände liegen typischerweise zwischen gelenkig gelagert und eingespannt, wobei eine genauere Beschreibung oftmals recht schwierig ist, da vor Ort vielerlei Faktoren Einfluß auf die Lagerungsbedingungen haben. Näherungsweise kann man die Lagerungsverhältnisse ausgeführter Wände beispielsweise durch eine Untersuchung des Eigenschwingungsverhaltens bestimmen, indem die strukturellen Eigenfrequenzen der Wand gemessen und mit den zu erwartenden Eigenfrequenzen von Wänden mit verschiedenen klassischen Randbedingungen verglichen werden [100].

Um die Einflüsse der Lagerungsverhältnisse ab- und einschätzen zu können, sind in Abbildung 5.4 die Schalldämm-Maße für die Betonwand für vier verschiedene Wandlagerungen dargestellt. Die variierten Lagerungen reichen dabei von allseitig eingespannt (CCCC), über dreiseitig eingespannt und die obere Seite gelenkig gelagert (CCCS) und dreiseitig gelenkig gelagert und die untere Seite eingespannt (SCSS) bis zu allseitig gelenkig gelagert (SSSS). Es

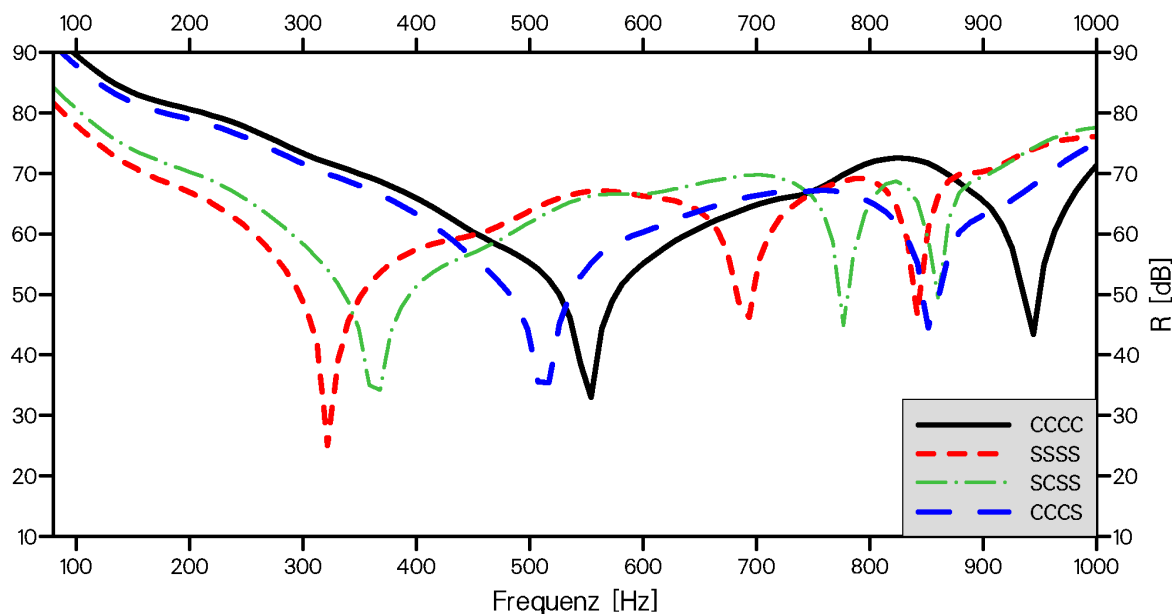


Abbildung 5.4: Einfluß verschiedener Lagerungsbedingungen der Wand auf das Schalldämm-Maß

ist gut zu erkennen, daß die Unterschiede bei den hier variierten Lagerungen erheblich sein können. Die Begründung hierfür liegt einerseits in der veränderten Lage der Eigenfrequenzen und andererseits darin, daß vor allem unterhalb der ersten Eigenfrequenz die drei- und vierseitig eingespannten Wände deutlich steifer wirken und damit ein höheres Schalldämm-Maß aufweisen. Desweiteren weisen diese in dem berechneten Frequenzbereich nur zwei Wandeigenfrequenzen auf.

genfrequenzen auf, die drei- und vierseitig gelenkig gelagerten Wände hingegen drei Einbrüche in der Schalldämmkurve infolge der strukturellen Eigenfrequenzen. Je mehr Seiten gelenkig gelagert sind, desto weiter verschiebt sich die Schalldämmkurve nach links in den niedrigeren Frequenzbereich. Eine möglichst genaue Erfassung der Wandeinbauverhältnisse erscheint insgesamt angesichts ihres großen Einflusses besonders bei Untersuchungen im unteren und mittleren Frequenzbereich als wesentlich.

5.1.3 Einfluß unterschiedlich starker Dämpfung

Die Auswirkungen verschiedener, realitätsnaher Verlustfaktoren auf das Schalldämm-Maß der einschaligen Betonwand ist in Abbildung 5.5 wiedergegeben. Als Referenzbeispiel dient wie-

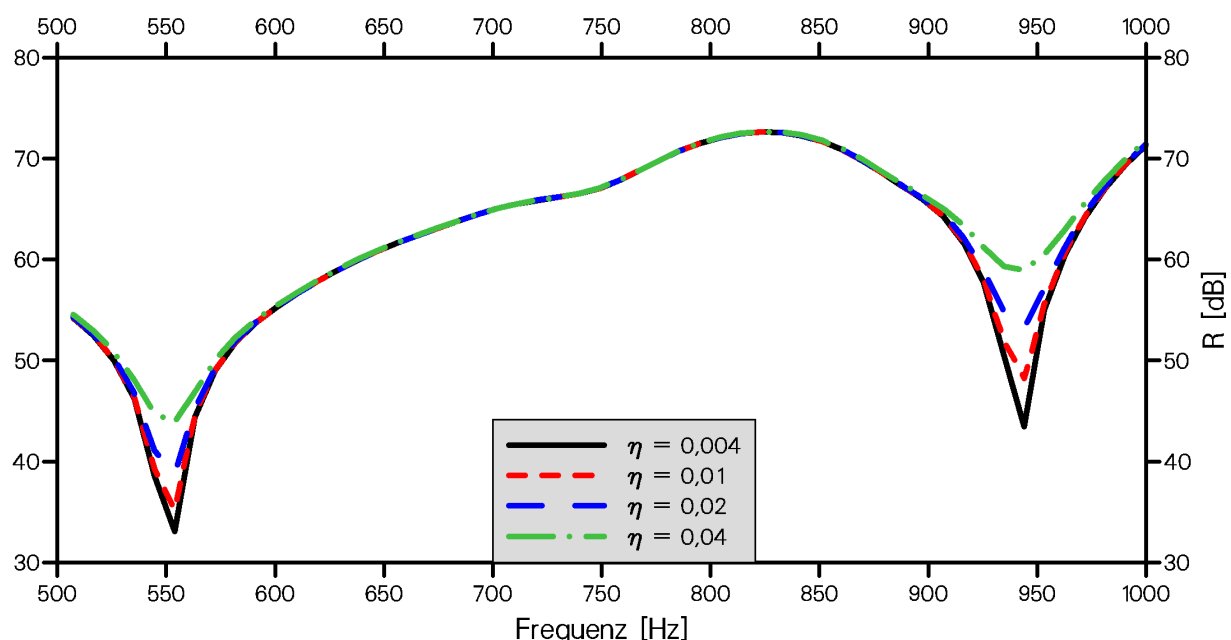


Abbildung 5.5: Auswirkungen der Veränderung des Verlustfaktors auf das Schalldämm-Maß

derum die eingespannt gelagerte Wand, wobei die Absorptionsgrade in beiden Räumen mit $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,832$ festgelegt werden. Zur besseren Übersicht wird der Frequenzbereich in der Darstellung auf 500 bis 1000 Hz beschränkt. Es stellt sich heraus, daß eine Veränderung des Verlustfaktors nur Einfluß im Bereich der strukturellen Eigenfrequenzen hat, das Niveau der Schalldämmkurve bleibt im übrigen Bereich unverändert. Mit steigendem Verlustfaktor werden die Eigenschwingungen der Wand stärker gedämpft, es kommt zu kleineren Auslenkungen, was zu einem geringeren Schalldruckpegel im Empfangsraum und damit zu einem wachsendem Schalldämm-Maß führt. Auch bei dem recht großen Verlustfaktor von $\eta = 0,04$ tritt aber weiterhin ein Einbruch in der Schalldämmkurve an den Wandeigenfrequenzen auf, der lediglich nicht mehr so stark ausgeprägt ist.

Um zu überprüfen, ob die variierte Dämpfung ebenfalls Einfluß auf Bereiche hat, die nicht von den Wandeigenfrequenzen dominiert sind, wurde eine Vergleichsrechnung mit unterschied-

$\alpha = 0,832$ angenommen wird. Die Materialparameter R_L und α_∞ werden dabei in einem im Baubereich vorkommenden Rahmen variiert. Die Kennwerte der im weiteren verwendeten porösen Materialien sind in Tabelle 5.1 wiedergegeben.

Material	ϕ [–]	α_∞ [–]	R_L [Ns/m ⁴]	Λ_v [μm]	Λ_t [μm]
MIFA [117]	0,95	1,40	25000	93	186
Steinwolle [13]	0,94	2,10	135000	49	166
PUR [116]	0,90	7,80	25000	226	226
PCD [32]	0,97	2,52	87000	36	119

Tabelle 5.1: Materialkennwerte der verwendeten, porösen Dämmstoffe

5.2.1 Einfluß verschiedener Strömungswiderstände

Um die Auswirkungen von porösen Dämmstoffen auf die Schalldämmung der zweischaligen Gipskartonwand zu untersuchen, wird der Wandzwischenraum zunächst mit der Mineralfaserdämmung gefüllt und daraufhin wird der längenbezogene Strömungswiderstand R_L in der Größenordnung von 10000 bis 70000 $\frac{Ns}{m^4}$ variiert. Der Strömungswiderstand eines porösen Materials stellt dabei den Widerstand dar, den der Dämmstoff dem Eindringen des Schalls und der Luftteilchenbewegung entgegensetzt. So läßt sich der sogenannte spezifische Strömungswiderstand R_S z. B. aus dem Verhältnis der Druckdifferenz Δp $[\frac{N}{m^2}]$ vor und hinter dem Material zur Geschwindigkeit der durchströmenden Luft v_L $[\frac{m}{s}]$ bestimmen

$$R_S = \frac{\Delta p}{v_L} \quad \left[\frac{Ns}{m^3} \right]. \quad (5.1)$$

Da der spezifische Strömungswiderstand eines Dämmstoffes mit zunehmender Schichtdicke anwächst, dient als Materialkenngröße der längenbezogene Strömungswiderstand R_L , bei dem R_S noch durch die Schichtdicke dividiert wird.

Die Berechnungsergebnisse werden mit der Schalldämmkurve für den luftgefüllten Zwischenraum verglichen und sind in Abbildung 5.7 aufgrund der besseren Übersicht in einem Frequenzbereich von 10 bis 300 Hz dargestellt. Die übrigen Materialkennwerte werden hier beibehalten. Der Schalldämmverlauf für den luftgefüllten Zwischenraum ist gekennzeichnet durch zum Teil recht tiefe Einbrüche an den strukturellen Eigenfrequenzen, die aufgrund der Abmessungen und der Materialeigenschaften bereits bei niedrigen Frequenzen (ca. 33, 62, 77 Hz ...) auftreten. Bei etwa 106 Hz kommt es zu einem weiteren Einschnitt in der Nähe der Masse-Feder-Masse Resonanz des Systems. Insgesamt steigt das Schalldämm-Maß aber mit zunehmender Frequenz an. Die Füllung des Zwischenraumes durch Mineralfaserdämmung mit unterschiedlichem Strömungswiderstand führt zu einer recht starken Dämpfung der Einbrüche in den Schalldämmkurven, wobei in der Regel die Dämpfung umso größer ist, je größer auch der Strömungswiderstand des Materials ist. Allerdings stellen sich die Verhältnisse als komplexer als beispielsweise bei der Variation des Verlustfaktors in Kapitel 5.1.3 heraus. Dennoch liefert der

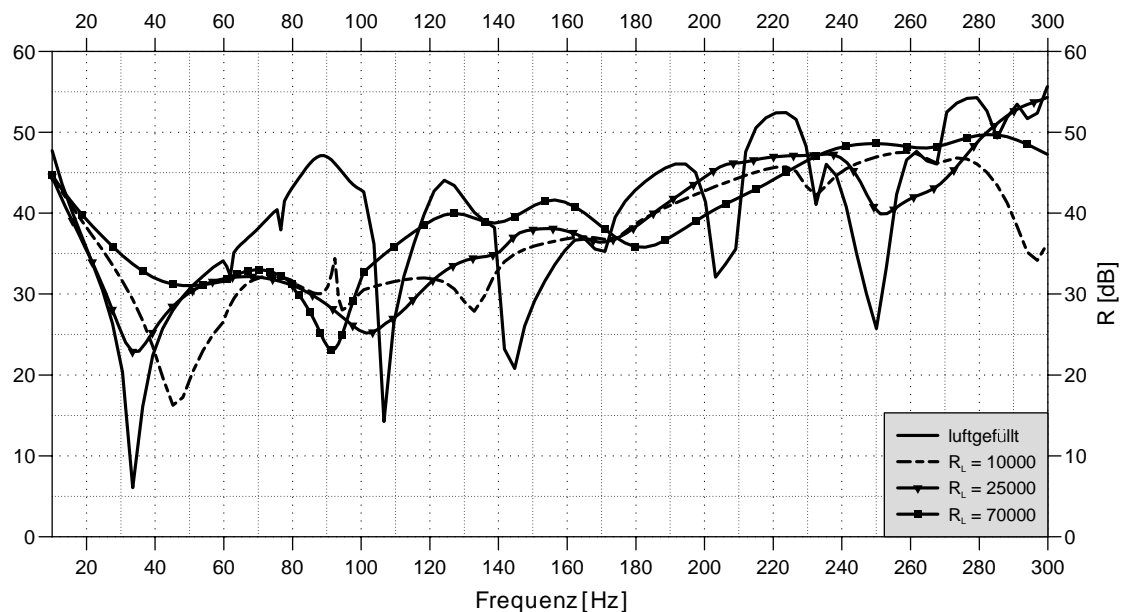


Abbildung 5.7: Schalldämmung einer zweischaligen Gipskartonwand: Auswirkungen verschiedener Strömungswiderstände R_L

größte Strömungswiderstand insgesamt die beste Schalldämmung, wobei eine Untersuchung im Einzelfall ratsam erscheint.

5.2.2 Einfluß verschiedener Strukturfaktoren

Als zweite Materialkenngröße wird der Strukturfaktor α_∞ in typischen Grenzen für Mineralfaserdämmung variiert. Der Faktor α_∞ kennzeichnet dabei die „Welligkeit“ oder Ausbildung der Porenstruktur des Dämmstoffs im Unterschied zum sogenannten RAYLEIGH-Modell, welches aus senkrecht von der Oberfläche ins Innere führende Schlitzte besteht [36]. Dabei ist α_∞ stets größer als 1 und befindet sich für Mineralfaserdämmstoffe typischerweise zwischen 1,0 und 3,0. Für Schaumkunststoffe kann der Strukturfaktor Werte bis etwa 20 annehmen. Die Schalldämmkurven bei Füllung des Zwischenraums mit Mineralfaserdämmungen mit variiertem Strukturfaktor zwischen 1,0 und 3,0 bei sonst beibehaltenen Kennwerten sind in Abbildung 5.8 dargestellt. In diesem Frequenzbereich ergeben sich aufgrund verschiedener Strukturfaktoren kaum Unterschiede in der Schalldämmung. Erkennbare Differenzen in der Größenordnung von 1 dB lassen sich allenfalls in der Nähe der strukturellen Eigenfrequenzen feststellen. Dieses Ergebnis stimmt mit den Aussagen in [56] überein, wo für die Schallabsorption durch poröse Stoffe festgestellt wird, daß verschiedene Strukturfaktoren für Mineralfaserdämmstoffe meist vernachlässigt werden können. Wird jedoch der Variationsbereich der Strukturfaktoren z. B. für Schaumkunststoffe bis auf 20 ausgedehnt, zeigen sich größere Unterschiede vor allem bei höheren Frequenzen ab etwa 1000 Hz. Eine Erhöhung von α_∞ bewirkt dabei eine Verringerung der Schalldämmung und eine schlechtere Dämpfung der Eigenfrequenzen [23].

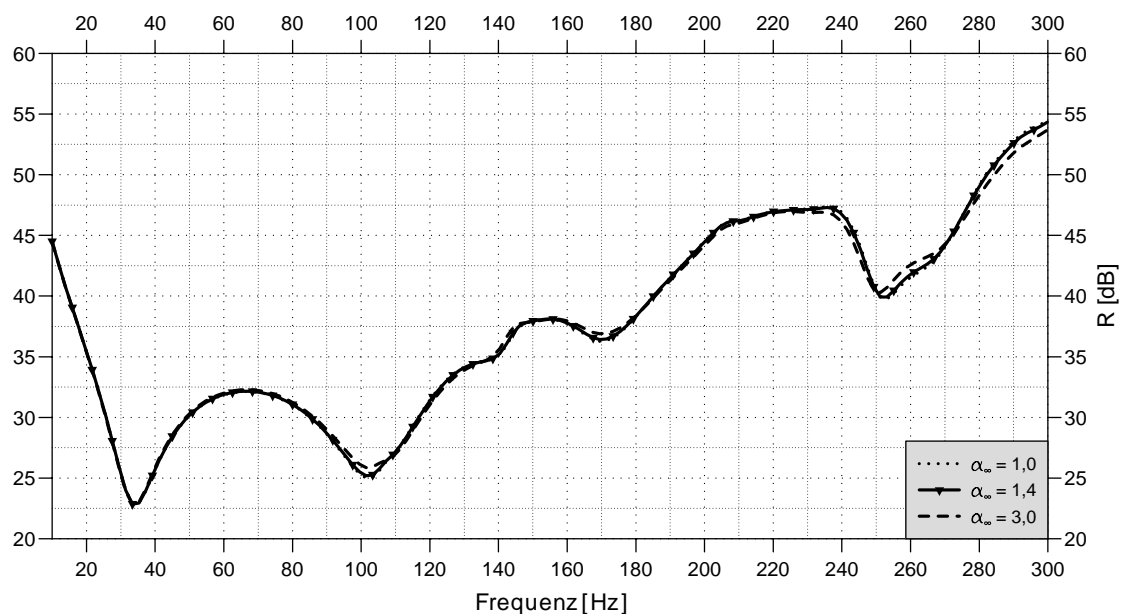


Abbildung 5.8: Schalldämmung einer zweischaligen Gipskartonwand: Einfluß unterschiedlicher Strukturformfaktoren α_∞

5.2.3 Verwendung unterschiedlicher Dämmstoffe

Das Schalldämmverhalten der zweischaligen Gipskartonwand bei Füllung mit verschiedenartigen porösen Materialien wird in diesem Abschnitt untersucht. Die Kennwerte der Dämmstoffe sind in Tabelle 5.1 gegeben und die Darstellung der schmalbandigen Schalldämmkurven bis 300 Hz erfolgt in Abbildung 5.9. Es stellen sich je nach Füllmaterial recht große Unterschiede in den Schalldämmkurven heraus, wobei der dominierende Materialparameter der längenbezogene Strömungswiderstand zu sein scheint. Die insgesamt beste Schalldämmung ergibt sich bei Füllung des Zwischenraumes mit Steinwolle, welche einen Strömungswiderstand von $R_L = 135000 \frac{Ns}{m^4}$ aufweist, obwohl in manchen Frequenzbereichen etwa zwischen 100 und 130 Hz PCD hier besser geeignet ist. Wiederum zeigt sich, daß sich die Abschätzung des Schalldämmverhaltens im voraus allein aus den Materialdaten sehr schwierig gestaltet, da die Zusammenhänge äußerst komplex sind. Eine Berechnung im Einzelfall stellt sich hier als adäquates Hilfsmittel heraus.

Um weitere Aussagen über die Auswirkung verschiedener Dämmstoffe treffen zu können, wird der Frequenzbereich der Berechnungen bis 1000 Hz ausgedehnt und die jeweiligen, an den Terzmittenfrequenzen gemittelten Schalldämmkurven sind in Abbildung 5.10 dargestellt. Bei höheren Frequenzen zeigen sich die Unterschiede in den Schalldämmkurven noch deutlicher. Die beste Schalldämmung ergibt sich bei Verwendung der Steinwolle als Füllmaterial, gefolgt von der Schalldämmkurve bei Verwendung von PCD. Diese beiden Kurven liegen stellenweise mehr als 10 dB über den Kurven bei Verwendung von PUR oder Mineralfaserdämmung. Die Begründung hierfür liegt größtenteils an dem jeweiligen längenbezogenen Strömungswiderstand des Materials, wobei auch andere Faktoren Einfluß haben. So liegt beispielsweise das

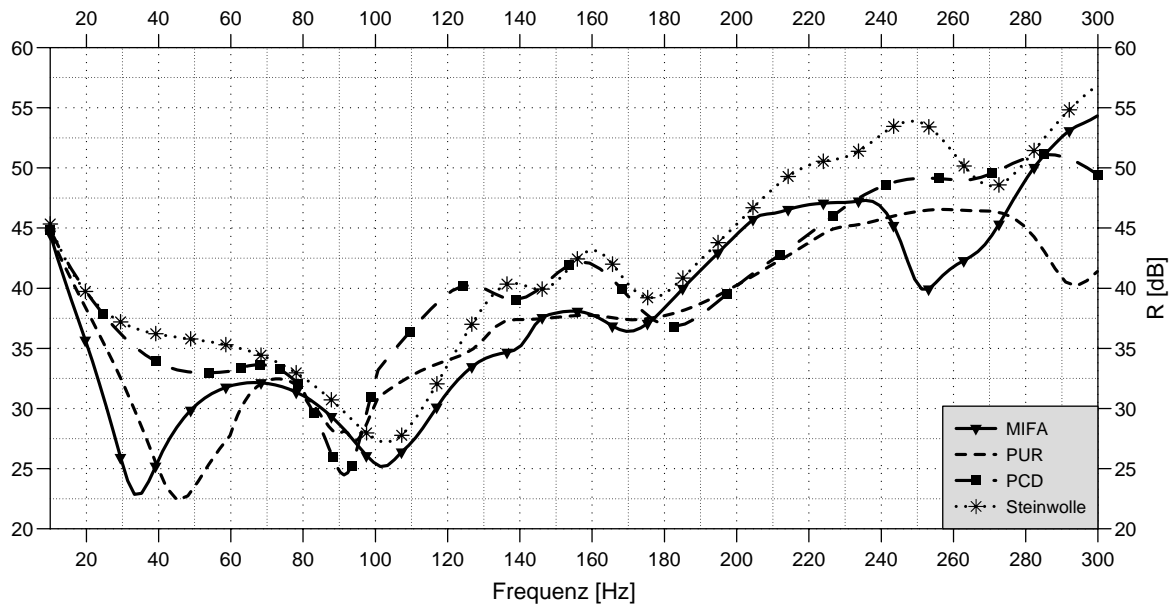


Abbildung 5.9: Auswirkung unterschiedlicher poröser Dämmstoffe auf das Schalldämmverhalten einer Doppelwand aus Gipskartonplatten

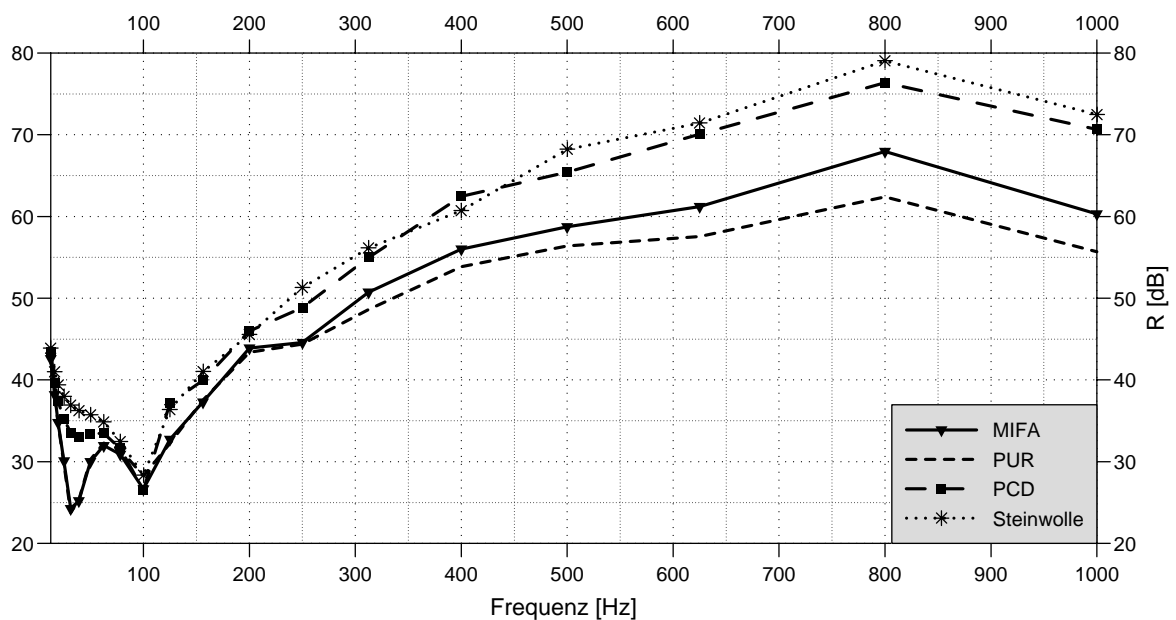


Abbildung 5.10: Gemittelte Schalldämmkurven für eine Doppelwand aus Gipskartonplatten bei Füllung des Zwischenraumes mit unterschiedlichen porösen Materialien

Schalldämm-Maß der Doppelwand bei Füllung mit PCD trotz eines geringeren längenbezogenen Strömungswiderstandes im Bereich von 400 Hz über dem bei Füllung mit Steinwolle. Die Differenzen im Schalldämmverhalten von PUR und Mineralfaserdämmung sind vor allem auf die unterschiedlichen Strukturfaktoren der Materialien zurückzuführen, da der längenbezogene Strömungswiderstand bei beiden Dämmstoffen identisch ist. Der Strukturfaktor von PUR ist etwa achtmal so groß wie der von der Mineralfaserdämmung und führt zu einer Verschlechterung des Schalldämm-Maßes. Insgesamt stellt sich heraus, daß das Schalldämmverhalten einer Doppelwand sehr stark von den Eigenschaften des Füllmaterials abhängig ist. Die Verwendung eines Dämmstoffes mit großem längenbezogenen Strömungswiderstand und kleinem Strukturfaktor führt dabei zu der höchsten Schalldämmung der doppelschaligen Trennwand.

5.3 Inhomogene Wände

Wie in Kapitel 4.3.1 bereits erwähnt, hat die konstruktive Ausbildung einer Wand durch die Verwendung unterschiedlicher Baustoffe oder von Materialien mit anisotropen Eigenschaften mitunter recht große Auswirkungen auf ihr Schalldämmverhalten. So gelten beispielsweise Gipskartonplatten als anisotrop. Allerdings ergaben genauere Untersuchungen, daß sie mit ausreichender Genauigkeit als orthotrop betrachtet werden können [127]. Der Vergleich der Schalldämmung von orthotropen mit „gleichwertigen“ isotropen Platten ergab jedoch nur geringe Unterschiede. Dies deckt sich mit den Ergebnissen aus [103] für orthotrope Materialien, bei denen die Eigenschaften nur gering variieren. Diese Berechnungen wurden jedoch lediglich für Platten mit unendlicher Ausdehnung durchgeführt. Deswegen werden hier am Beispiel einer endlichen Mauerwerkswand aus Kalksandstein und Kalkmörtel die Auswirkungen unterschiedlicher Materialeigenschaften auf das Schalldämmverhalten genauer untersucht. Die Abmessungen der Wand und des Empfangsraums sowie die des Kalksandsteins (KS) und der Fugen des Kalkmörtels (M) sind in Abbildung 5.11 zu sehen. Die Materialparameter von Kalksandstein

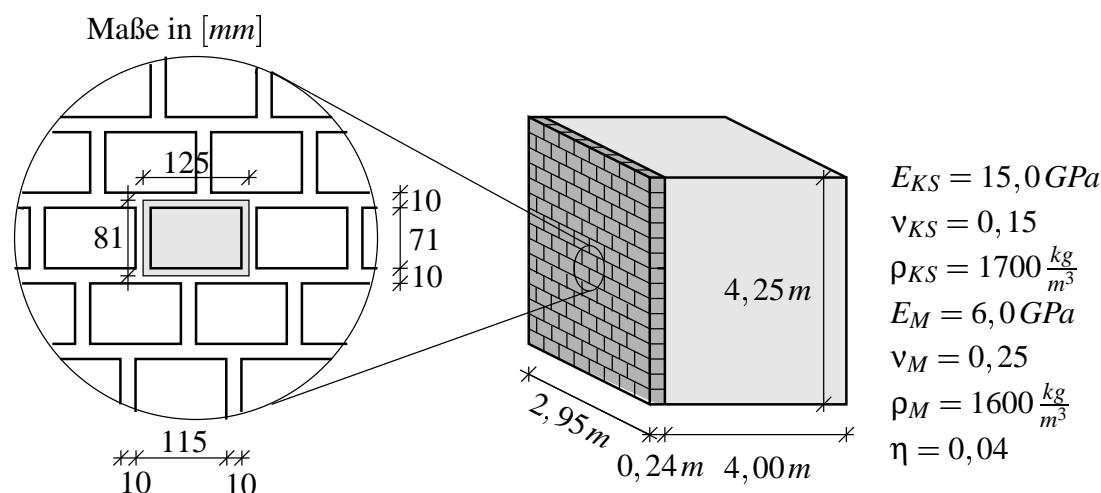


Abbildung 5.11: System- und Materialdaten einer Mauerwerkswand

und Kalkmörtel stellen repräsentative Werte dar. Zur Untersuchung des Einflusses dieses Wandaufbaus werden vier verschiedene Berechnungen durchgeführt: eine isotrope, bei der aus den Materialparametern durch eine flächenhafte Mittelung ein „gleichwertiges“ isotropes Material bestimmt wird, und drei orthotrope mit unterschiedlichem Verhältnis der Elastizitätsmoduli (E-Moduli) von Kalksandstein und Mörtel zueinander. Die orthotropen Berechnungen erfolgen jeweils nach Anwendung des in Kapitel 2.1.6 beschriebenen Homogenisierungsverfahrens. Aus den Teilflächen von $A_{KS} = 81,65 \text{ cm}^2$ und $A_M = 19,6 \text{ cm}^2$ berechnen sich die „gleichwertigen“ isoparametrischen Kennwerte zu: $\rho_{iso} = 1680,642 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\nu_{iso} = 0,169$ und $E_{iso} = 13,258 \text{ GPa}$. Für die orthotropen Rechnungen werden die E-Moduli wie in Tabelle 5.2 dargestellt variiert. Da ei-

$E_{KS} [\text{GPa}]$	$E_M [\text{GPa}]$	Verhältnis der Moduli E_{KS}/E_M
$E_{iso} = 13,258$		1,0
15,0	6,0	2,5
15,687	3,137	5,0
16,055	1,6055	10,0

Tabelle 5.2: Variation der E-Moduli der einzelnen Bestandteile einer Mauerwerkswand

ne flächenhafte Mittelung dieser Moduli wiederum den isotropen E-Modul wie oben ergibt, können die unterschiedlichen Berechnungen sehr gut hinsichtlich des Einflusses verschiedener Materialeigenschaften untersucht werden.

Da die wesentlichen Aspekte bereits bei niedrigen Frequenzen deutlich werden, werden die Berechnungen auch aus Gründen der Übersichtlichkeit nur in einem Frequenzbereich von 50 bis 300 Hz durchgeführt. Dafür reicht eine Diskretisierung mit 48 quadratischen Platten- und 384 HEXEC27 Elementen für das Fluid aus. Die Anregung erfolgt durch einen auf der Wand konstant vorgegebenen Schalldruck. Die berechneten Schalldämmkurven sind in Abbildung 5.12 wiedergegeben. Es zeigt sich zunächst bei allen Kurven das für einschalige Bauteile kennzeichnende prinzipielle Schalldämmverhalten: ein gutes Schalldämm-Maß bei niedrigen Frequenzen, welches zur ersten Bauteileigenfrequenz hin abfällt und danach mit Einbrüchen an den weiteren strukturellen Eigenfrequenzen ansteigend verläuft. Die Auswirkungen der Variation der Elastizitätsmoduli ist deutlich zu erkennen: eine orthotrope Berechnung mit den tatsächlich vorhandenen E-Moduli von Kalksandstein und Mörtel im Verhältnis von 2,5 führt nur zu geringen Abweichungen im Schalldämmverlauf, eine isotrope Rechnung mit flächenhaft gemittelten Kennwerten erscheint noch vertretbar. Wird das Verhältnis der E-Moduli allerdings größer, verschieben sich die Schalldämmkurven insgesamt hin zu niedrigeren Frequenzen und es kommt zu nicht mehr zu vernachlässigenden Unterschieden. Das Verhältnis der E-Moduli von 5 ist dabei im Mauerwerksbau nicht unüblich. Dieses Beispiel verdeutlicht, daß bei stärker abweichenden Materialeigenschaften der Baustoffe einer Wand eine gleichwertige isotrope Berechnung beispielsweise nach einer flächenanteiligen Mittelung ungenaue Werte liefert und daß detailliertere Berechnungsmethoden wie die hier durchgeführte orthotrope Berechnung nach Anwendung eines Homogenisierungsverfahrens angewendet werden müssen, um dem Schalldämmverhalten inhomogener Wandaufbauten gerecht werden zu können.

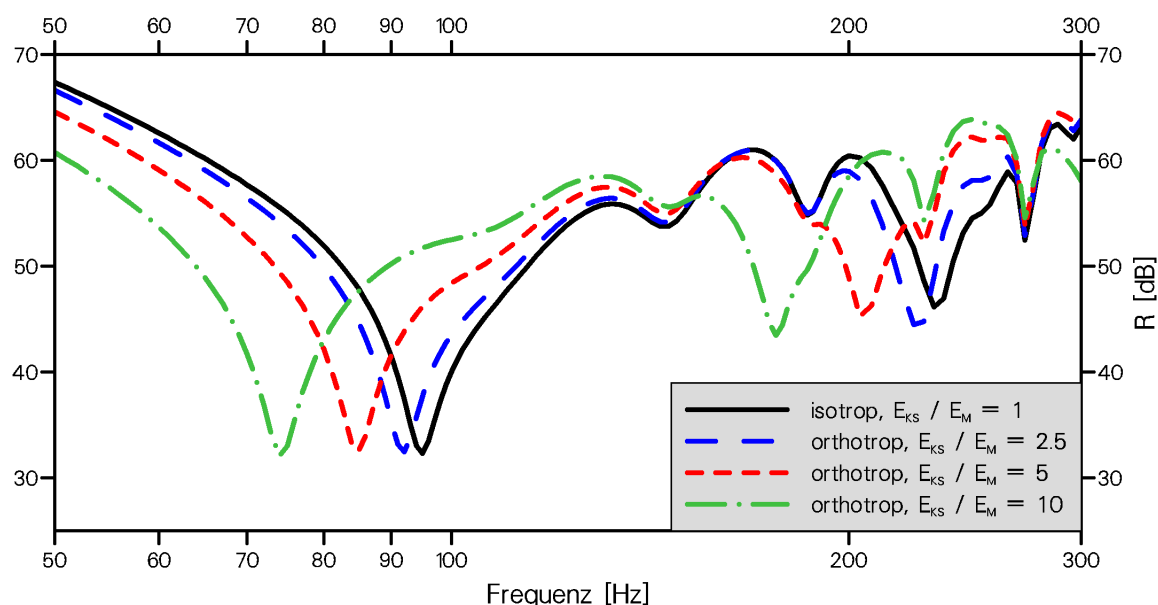


Abbildung 5.12: Schalldämmung einer Mauerwerkswand bei Variation des Elastizitätsmoduls der Bestandteile

5.4 Wände aus zusammengesetzten Bauteilen

In Kapitel 4.3.4 wurde bereits darauf hingewiesen, daß sehr viele Trennwände aus Teilflächen unterschiedlicher Baustoffe und damit auch unterschiedlicher Schalldämmung bestehen (Wände mit Fenster- oder Türöffnungen). Das resultierende Schalldämm-Maß einer solchen Wand läßt sich mit Hilfe von Gleichung (4.9) aus den Schalldämm-Maßen der einzelnen Bauteile, sofern diese vorliegen, näherungsweise bestimmen. Das in dieser Arbeit vorgestellte Berechnungsverfahren bietet die Möglichkeit, das Schalldämmverhalten von zusammengesetzten Wänden im voraus berechnen zu können, ohne vorherige Kenntnis der Schalldämm-Maße der einzelnen Bestandteile. Dabei lassen sich neben der Einzahlangabe auch die genaueren gemittelten oder schmalbandigen Schalldämmkurven bestimmen. Zur Veranschaulichung dient die in Abbildung 5.13 dargestellte Wand aus Porenbeton (PB) sowohl ohne als auch mit Öffnung. Die Öffnung hat die typische Abmessung einer Tür und besteht aus einer Vollholzplatte mit den in Tabelle 5.4 angegebenen orthotropen Materialparametern von Fichtenholz. Die Anregung erfolgt durch einen konstanten Schalldruck, der auf die Trennwand aufgegeben wird. Im Empfangsraum wird ein Schallabsorptionsgrad α von 0,0167 vorgegeben und es wird eine eingespannte Lagerung der Wand angenommen. Die Diskretisierung erfolgt durch 120 Neun-Knoten-Elemente für die Wand und 960 HEXEC27 Elemente für die Luft im Empfangsraum. Damit lassen sich Berechnungen bis etwa 700 Hz durchführen.

Die Ergebnisse der an den Terzmittenfrequenzen gemittelten Schalldämmkurven sind in Abbildung 5.14 wiedergegeben. Wie zu erwarten war, führt der Einbau einer „Tür“ mit schlechteren schalldämmenden Eigenschaften zu einer Verringerung der Schalldämmung der Wand insgesamt im Vergleich zur Wand ohne Öffnung. Ab etwa 200 Hz liegt die Schalldämmung der

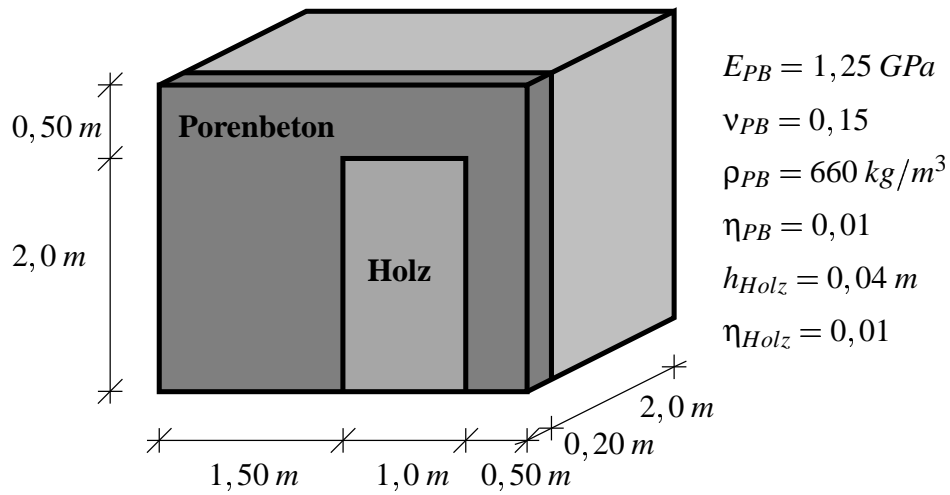


Abbildung 5.13: System- und Materialdaten einer Wand aus Porenbeton mit einer „Türöffnung“

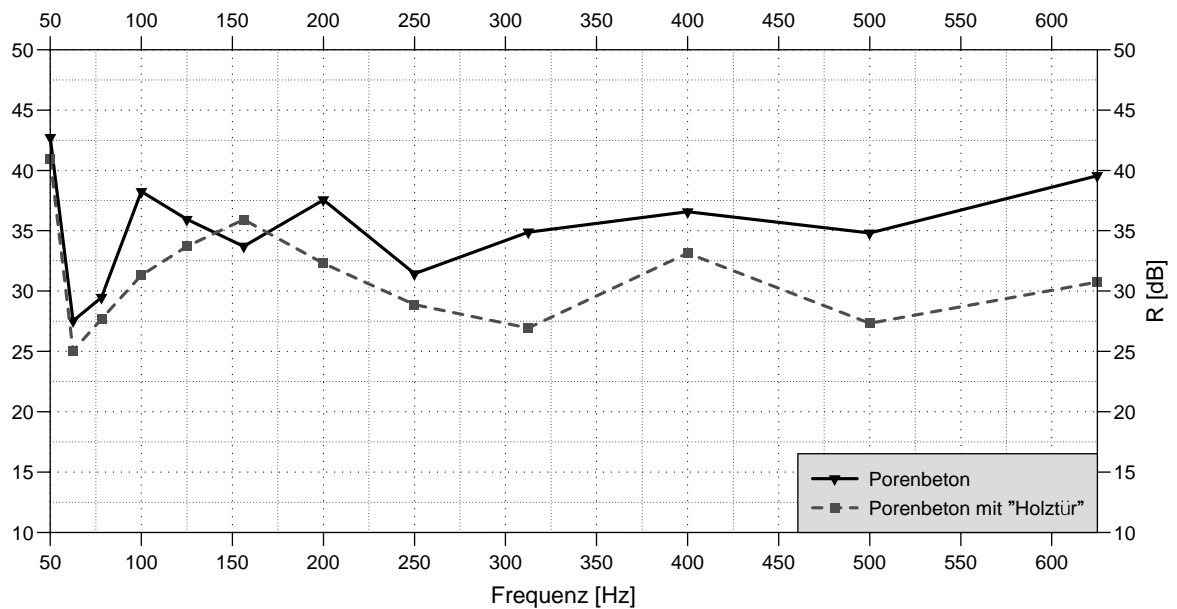


Abbildung 5.14: Schalldämmverhalten einer Porenbetonwand mit bzw. ohne Öffnung

zusammengesetzten Trennwand ca. $5 - 10 \text{ dB}$ unter der der geschlossenen Porenbetonwand. Unter 200 Hz ist das Verhalten allerdings nicht so eindeutig, bei 156 Hz etwa hat die Wand mit „Tür“ ein besseres Schalldämm-Maß als die ohne „Tür“, was z. B. an der unterschiedlichen Lage der Eigenfrequenzen der Wände liegen kann. Es zeigt sich, daß die Bestimmung des resultierenden Schalldämm-Maßes einer aus unterschiedlichen Bauteilen bestehenden Wand mit Gleichung (4.9) nur eine grobe Näherung liefern kann, da das komplexe Schalldämmverhalten nicht einfach mit Hilfe der dort durchgeführten flächenanteiligen Aufteilung erfaßt wird. Detailliertere Betrachtungen sind ratsam und mit dem entwickelten Verfahren problemlos möglich.

5.5 Vergleich von Messung und Berechnung realer Wände

In diesem Abschnitt erfolgt ein Vergleich der Ergebnisse von Schalldämmmessungen für zwei in Prüfständen aufgebaute Wände mit Berechnungen, die mit dem vorgestellten Programm durchgeführt wurden. Es sind dies im einzelnen eine Fachwerkwand und eine zweischalige mit Mineralfaserdämmung gefüllte Wand aus Gipskartonplatten.

5.5.1 Fachwerkwand

Anhand einer komplex aufgebauten Fachwerkwand werden die Möglichkeiten des vorgestellten Berechnungsverfahrens demonstriert. Das Schalldämm-Maß der in Abbildung 5.15 dargestellten Fachwerkwand wurde in [92] durch Messungen bestimmt und wird hier mit Berechnungen verglichen. Die Messungen wurden in einem Prüfstand zur Prüfung von Trennwänden ohne

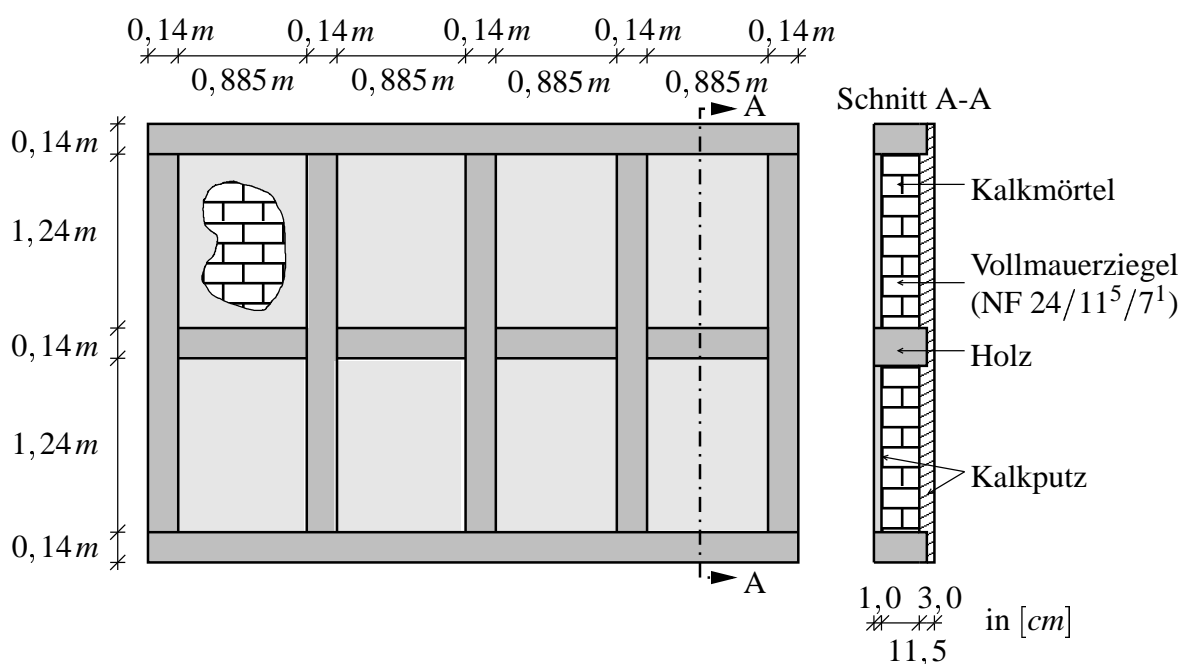


Abbildung 5.15: System- und Materialdaten einer Fachwerkwand

Flankenübertragung nach *DIN 52210* [41] durchgeführt. Das Volumen des Empfangs- bzw. Senderraums beträgt dabei $62,6 \text{ m}^3$ bzw. $72,8 \text{ m}^3$. Um den Berechnungsaufwand in einem vertretbaren Rahmen zu halten, wird einerseits der Senderraum verkürzt, so daß dieser ein Volumen von $24,6 \text{ m}^3$ aufweist, und andererseits wird für die Homogenisierung vereinfachend angenommen, daß beide im Schnitt A-A in Abbildung 5.15 dargestellte Kalkputze durchgehende Dicken besitzen. Die Diskretisierung der beiden Räume erfolgt mit 400 bzw. 960 HEXEC27 Elementen, die der Fachwerkwand mit 80 Neun-Knoten-Elementen, das ergibt insgesamt 13209 Unbekannte. Damit können die Berechnungen bis etwa 640 Hz ausgeführt werden. Die Anregung im Senderraum erfolgt wie in Abschnitt 5.1 durch mehrere zufällig auf der wandabgewandten Stirnfläche angeordnete Schallquellen und als Schallabsorptionsgrad wird in beiden Räumen $\alpha = 0,0167$ angesetzt. Für die Berechnung wird weiterhin angenommen, daß die Fachwerkwand am unteren Rand eingespannt und an den drei übrigen Rändern gelenkig gelagert ist. Die verwendeten Materialkennwerte sind in Tabelle 5.3 und 5.4 zusammengestellt und entsprechen bauüblichen Durchschnittswerten. Die Materialparameter für Holz (Fichte) sind [70] entnommen (E-Moduli und Schubmoduli sind in Tabelle 5.4 in $[GPa]$ angegeben). Da die Meßergebnisse im allge-

Baustoff	$E - \text{Modul} [GPa]$	$\nu [-]$	$\rho [kg/m^3]$	$h [m]$
Ziegel	15,0	0,2	1800	0,115
Mörtel	6,0	0,25	1520	0,01 (Fugenbreite)
Kalkputz 1	4,0	0,2	1400	0,01
Kalkputz 2	4,0	0,2	1400	0,03

Tabelle 5.3: Materialkennwerte der Fachwerkwand

Baustoff	E_x	E_y	E_z	G_{xy}	G_{yz}	G_{xz}	$\rho [kg/m^3]$	$\nu_{xy} [-]$	$\nu_{zy} [-]$	$\nu_{xz} [-]$
Holz	0,45	10,0	0,8	0,65	0,6	0,04	600	0,33	0,27	0,48

Tabelle 5.4: Materialkennwerte von Holz (Fichte), E-Moduli und Schubmoduli in $[GPa]$

meinen an den Terzmittenfrequenzen gemittelt werden, erfolgt dies gleichermaßen auch für die Rechenergebnisse. So finden sich die gemessenen und berechneten Schalldämmkurven in Abbildung 5.16 gegenübergestellt. Angesichts der vorher geschilderten Annahmen und Unsicherheiten z. B. bezüglich der Materialparameter oder Lagerungsbedingungen ergibt sich eine erstaunlich gute Übereinstimmung von Mess- und Berechnungsergebnissen. Die maximalen Abweichungen an den Terzfrequenzen betragen höchstens 5 dB . Dieses Beispiel zeigt, daß das hier entwickelte Berechnungsverfahren ebenfalls dafür geeignet ist, reale Prüfstandssituationen zu simulieren und das Schalldämmverhalten komplexer Wandaufbauten zumindest für niedrige und mittlere Frequenzen richtig vorherzusagen. Etwaige Parametervariationen wie unterschiedliche Gefachausfüllungen oder Fachwerkkonstruktionen, die in [92] im Ausblick angesprochen werden, sind hiermit ohne großen Aufwand durchführbar.

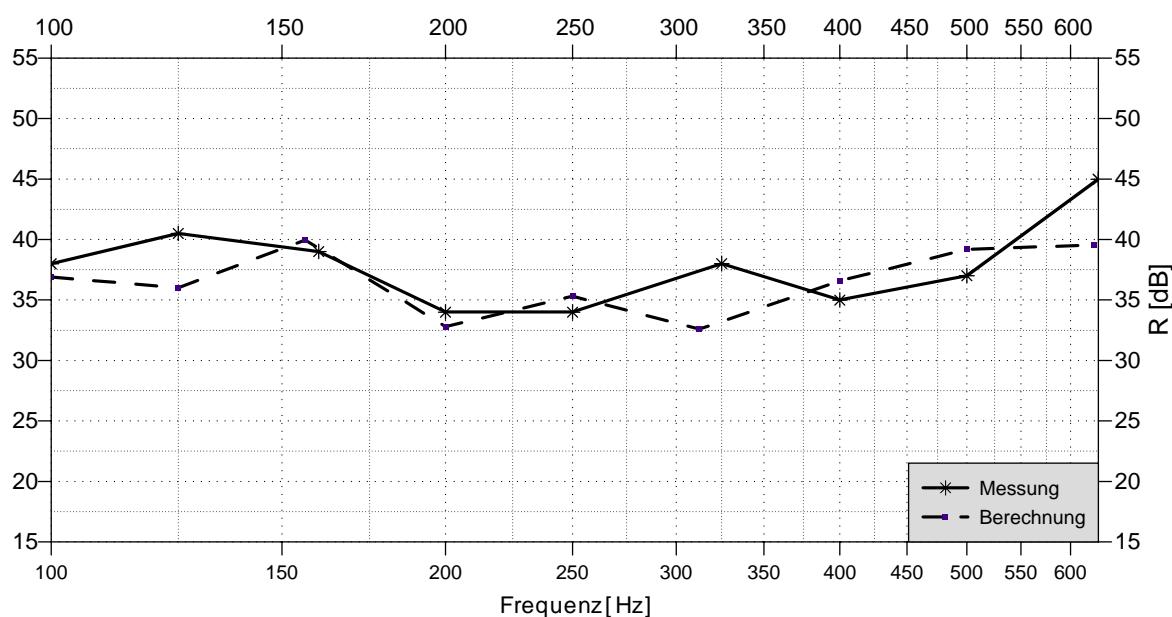


Abbildung 5.16: Schalldämmung einer Fachwerkwand: Vergleich von Messung und Berechnung

5.5.2 Zweischalige, leichte Trennwand

Die Schalldämmung einer zweischaligen, leichten Trennwand aus Gipskarton wurde in [67] bestimmt. Dort sind nur Angaben über die Abmessungen, den Abstand d und die flächenbezogene Masse der Wände ($3,0 \times 2,5 \text{ m}^2$, $d = 0,05 \text{ m}$ und $\rho \times h = 12,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$) sowie über den längenbezogenen Strömungswiderstand der Mineralfaserdämmung ($R_L = 6500 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^4}$) zu finden. Wie bei Messungen leider nicht unüblich, werden die übrigen für eine Berechnung benötigten Abmessungen und Materialparameter nicht angegeben, was die nachträgliche Berechnung schwieriger gestaltet.

Als Berechnungssystem dient ein Zweiraummodell wie das in Abbildung 4.6 dargestellte. Der Empfangs- bzw. der Wandzwischenraum werden mit 315 bzw. 144 HEXEC27 Elementen und die beiden Wandschalen mit jeweils 63 Neun-Knoten-Elementen diskretisiert. Es wird angenommen, daß die Wände an den Rändern gelenkig gelagert sind und folgende Materialeigenschaften aufweisen: $E = 3,2 \text{ GPa}$, $\nu = 0,15$, $\rho = 833,33 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $h = 0,015 \text{ m}$ und $\eta = 0,005$. Die $7,5 \text{ m}^2$ großen Platten weisen einen Abstand von 5 cm auf und der Empfangsraum besitzt eine Tiefe von 1 m . Als Schallabsorptionsgrad wird $\alpha = 0,0167$ vorgegeben. Für den Mineralfaserdämmstoff werden neben dem vorgegeben Strömungswiderstand folgende Kennwerte angenommen: $\alpha_\infty = 1,4$, $s_v = s_t = 1,0$ und $\phi = 0,95$. Die Berechnungen werden bis 500 Hz durchgeführt und sind in Abbildung 5.17 wiedergegeben. Wie bei dem Beispiel der Fachwerkwand aus Abschnitt 5.5.1 ergibt sich auch hier eine gute Übereinstimmung von Meß- und Rechenergebnissen trotz der geschilderten Unsicherheiten bezüglich der Materialdaten. Das prinzipielle Schalldämmverhalten der Doppelwand wird gut abgebildet, wobei beispielsweise durch eine Variation der angenommen Modelldaten und -abmessungen eine noch bessere Übereinstim-

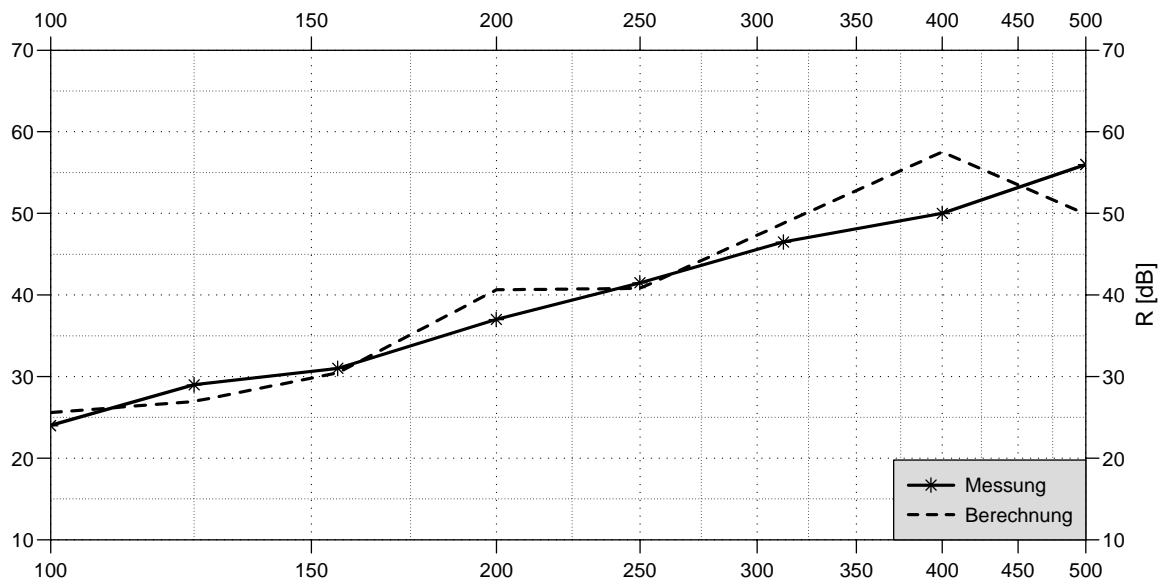


Abbildung 5.17: Vergleich von Meß- und Berechnungsergebnissen für die Schalldämmung einer zweischaligen Gipskartonwand

mung der Kurven erzielt werden kann.

5.6 Einfluß flankierender Bauteile

Der Einfluß flankierender Wände auf das Schalldämmverhalten eines Trennbauteiles wird anhand eines kleinen quaderförmigen Raumes aus Metallplatten untersucht, ähnlich dem Beispiel aus Kapitel 4.2.4. Durch den stark gestiegenen Diskretisierungsaufwand auf der Strukturseite (sechs Wände statt einer mit je sechs Unbekannten pro Knoten statt vorher drei) ist die Untersuchung größerer Räume zwar auch möglich, aber mit ungleich mehr Rechenzeit und Speicherbedarf verbunden. Um die Auswirkungen der angrenzenden Bauteile zu studieren, werden zwei unterschiedliche Berechnungen der Schalldämmung einer Trennwand durchgeführt: eine unter Einbeziehung und Diskretisierung sämtlicher sechs Wände des Raumes (System II), d. h. auch die Umwandlung der in-plane Wellen an den Ecken des Raumes in Biegewellen und umgekehrt wird erfaßt, und eine zweite, bei der wie bisher nur das Trennbauteil diskretisiert wird (System I). Die Systemabmessungen, Materialparameter und abweichenden Diskretisierungen finden sich in Abbildung 5.18. Die Anregung erfolgt durch einen konstant vorgegebenen Druck auf der Stirnseite (symbolisiert durch P) und als Schallabsorptionsgrad wird $\alpha = 0,343$ vorgegeben. Die Wand an der Stirnseite wird bei beiden Systemen gelenkig gelagert angenommen und der Raum wird jeweils mit 96 HEXEC27 Elementen diskretisiert. Bei System I kommen 16 und bei System II 128 quadratische Plattenelemente zum Einsatz, so daß die Berechnungen bis etwa 1000 Hz mit ausreichender Genauigkeit durchgeführt werden können. Die verwendete Transformationsmatrix (s. Kapitel 3.2) ist derart, daß starre Ecken angenommen werden,

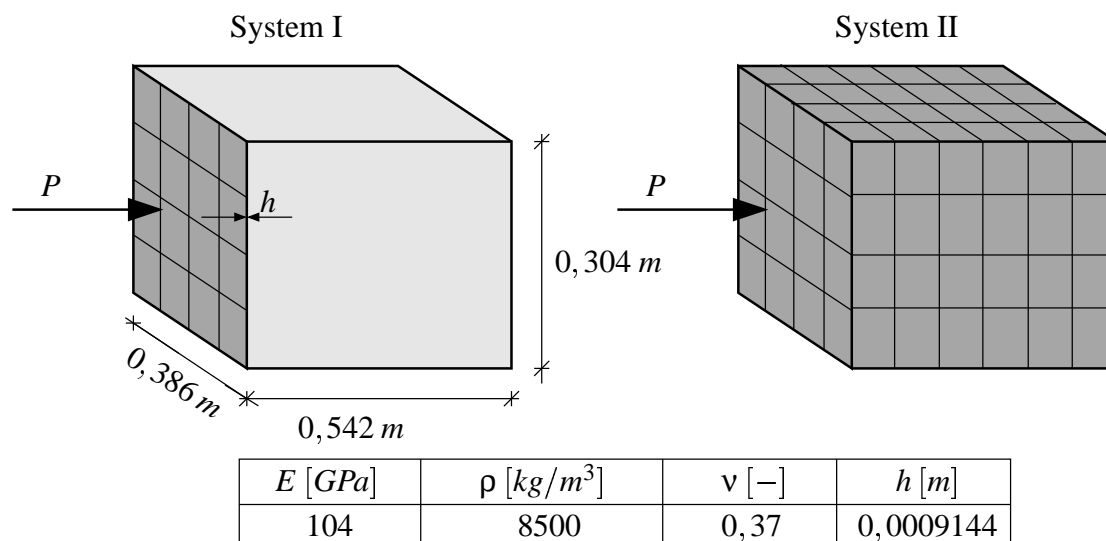


Abbildung 5.18: System- und Materialdaten zur Untersuchung des Einflusses flankierender Bauteile

d. h. rechte Winkel bleiben erhalten. Ähnlich wie bei den Lagerungsbedingungen in Kapitel 5.1.2 angesprochen, besteht auch hier die Schwierigkeit abzuschätzen, welche Verhältnisse vor Ort tatsächlich vorliegen. In der *EN 12354* [48] dient zur Charakterisierung der Verbindungen der aneinandergrenzenden Bauteile das Stoßstellendämm-Maß K_{ij} , welches aus aufwendigen Messungen der Schnellepegeldifferenz gewonnen werden kann. Dort sind für einige in der Praxis vorkommende Stoßstellen (starrer T-Stoß, starrer Kreuzstoß, Stoßstelle von zweischaligen Leichtbauwänden und homogenen Bauteilen,...) gemessene Daten angegeben, wobei gleichzeitig eine Streubreite der Daten von $\pm 3 - 5$ dB oder mehr eingeräumt wird.

Die schmalbandigen Schalldämmkurven für beide Berechnungen sind in Abbildung 5.19 dargestellt. Daran zeigt sich, daß bei Berücksichtigung der flankierenden Bauteile deutlich mehr strukturelle Eigenfrequenzen auftreten als bei einer alleinigen Betrachtung der Trennwand. Dabei stimmt die Lage der Eigenfrequenzen des Raumes nicht unbedingt mit denen der Platte überein, der Raum darf nicht in unabhängig voneinander schwingende Teilplatten zerlegt werden, sondern ist stets als Gesamtstruktur zu betrachten (s. [6]).

Die an den Terzfrequenzen gemittelten Schalldämmkurven für beide Systeme finden sich in Abbildung 5.20 wieder. Es stellt sich heraus, daß das Schalldämm-Maß für das System II meist etwas unterhalb von dem von System I liegt, d. h. Schall wird über die flankierenden Bauteile übertragen. Dies kann mit dem vorgestellten Modell erfaßt werden, wobei auch Variationen der flankierenden Bauteile problemlos möglich sind.

5.7 Einfluß einer in-plane Belastung

Als letztes Beispiel wird der Einfluß einer in-plane Belastung der Trennwand auf deren Schalldämmverhalten studiert. Neben dem in der Ebene wirkenden Eigengewicht sind insbesondere

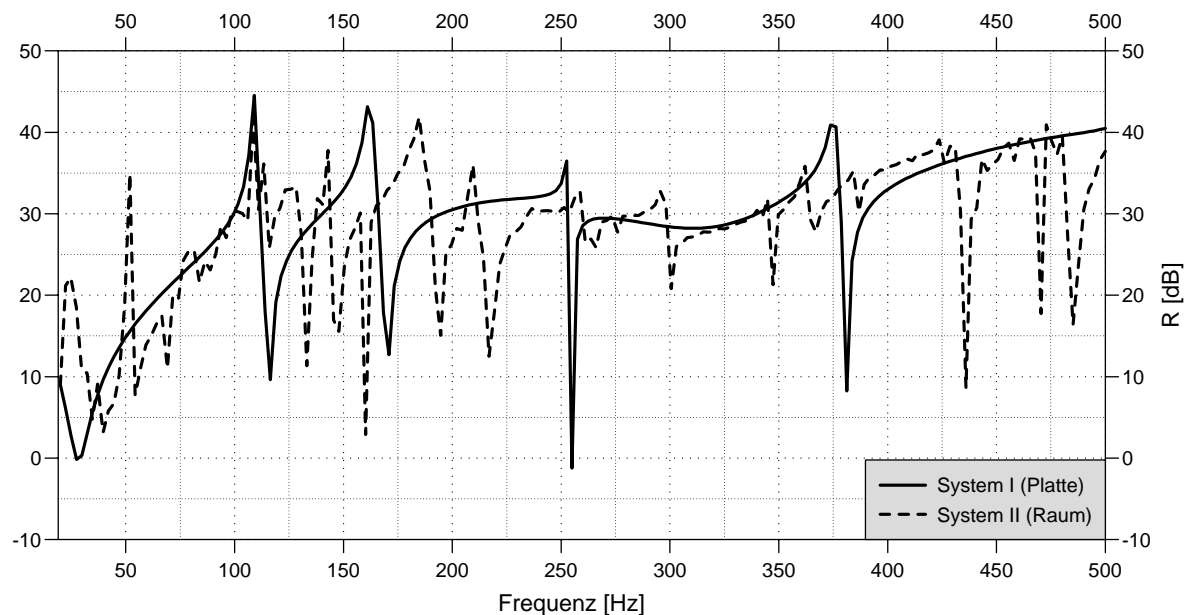


Abbildung 5.19: Einfluß flankierender Bauteile auf die Schalldämmung einer Trennwand

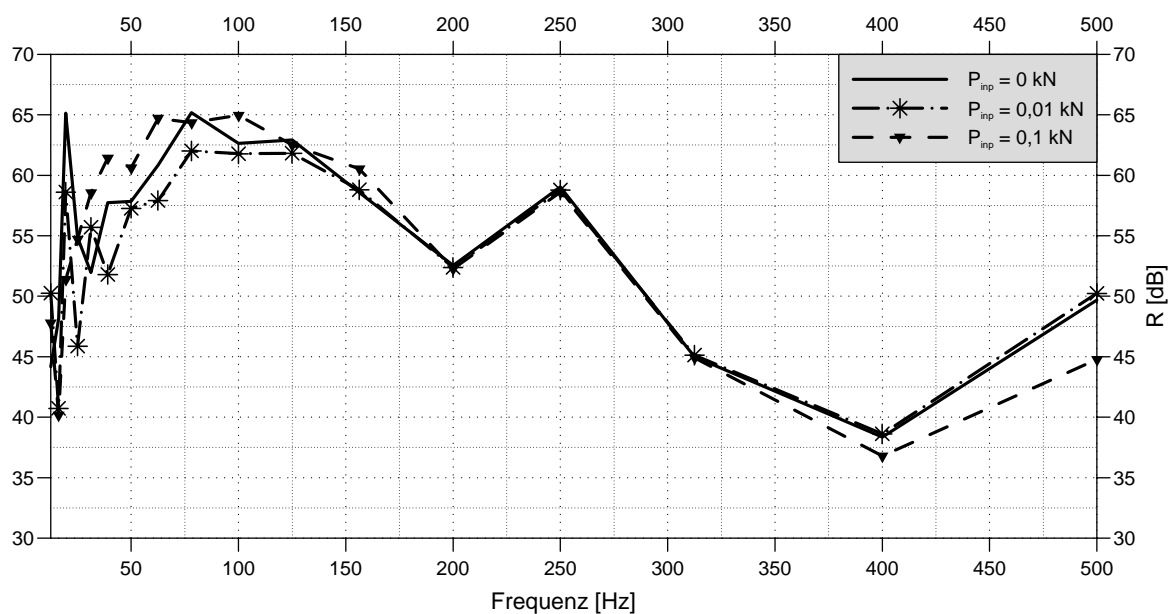


Abbildung 5.20: Terzgemittelte Darstellung der Schalldämmkurven zum Einfluß flankierender Bauteile

tragende Wände im Hochbau außerdem durch Auflasten aus Dach- oder Obergeschossen belastet. Durch diese in-plane Belastungen wird das Schwingungsverhalten der Wand verändert und daher liegt es nahe, derartige Auswirkungen zu untersuchen. Dies geschieht anhand des Beispiels aus Kapitel 5.6 (System II), wobei die Dicke der Wände auf $h = 0,009144 \text{ m}$ erhöht wurde (siehe Abbildung 5.21). Die in-plane Belastung erfolgt durch neun oben auf der Trenn-

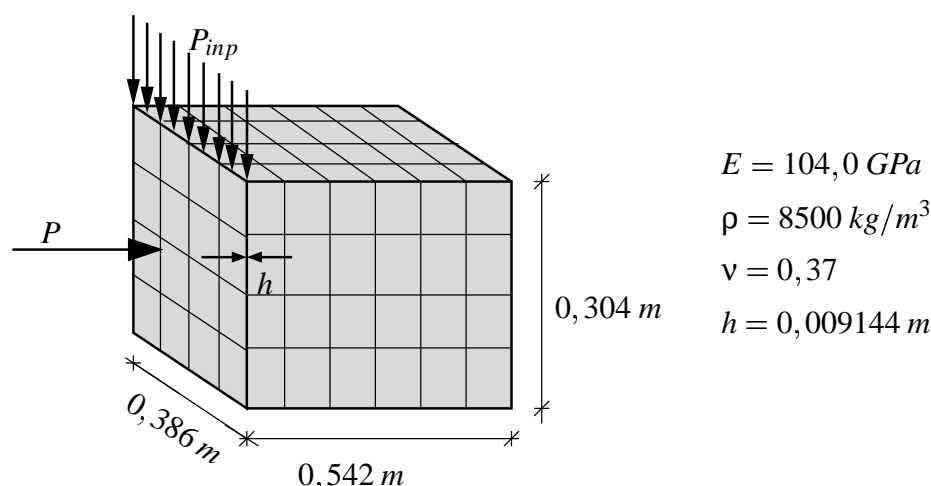


Abbildung 5.21: System- und Materialdaten zur Untersuchung des Einflusses einer in-plane Belastung

wand vorgegebene Knotenlasten P_{inp} unterschiedlicher Größe. An der Unterseite der Wand werden die Verschiebungen in Richtung der Auflast zu Null gesetzt. Der Schallabsorptionsgrad ist mit $\alpha = 0,832$ vorgegeben. Die Schalldämmkurven ohne sowie mit in-plane Belastung sind in Abbildung 5.22 wiedergegeben. Es stellen sich in dem hier berechneten Frequenzbereich kleinere Unterschiede im Schalldämmverhalten infolge einer in-plane Last heraus. Insbesondere unter 200 Hz befinden sich die Differenzen zwischen den Schalldämmkurven ohne und mit den hier gewählten in-plane Belastungen in einer Größenordnung von etwa $2 - 5 \text{ dB}$. Allerdings ergeben sich die Unterschiede recht uneinheitlich: das Schalldämm-Maß bei einer in-plane Last von $P_{inp} = 0,01 \text{ kN}$ liegt meist unterhalb und das bei einer in-plane Last von $P_{inp} = 0,1 \text{ kN}$ verläuft in der Regel oberhalb der Schalldämmkurve ohne in-plane Auflast. Ab etwa 200 Hz zeigen sich bei geringerer in-plane Belastung kaum Unterschiede im Schalldämmverhalten, bei einer Belastung von $P_{inp} = 0,1 \text{ kN}$ ergeben sich hingegen ab etwa 400 Hz Abweichungen, die bei einer Frequenz von 500 Hz bei ca. 5 dB liegen.

Die Berechnungen zeigen, daß eine in der Ebene der Trennwand wirkende Belastung wie erwartet Auswirkungen auf deren Schalldämmverhalten hat, welche ohne Berechnung allerdings kaum im voraus abgeschätzt werden können. Da die Schwingungsgleichungen für die in-plane Bewegung, wie in Kapitel 2.1.2 beschrieben, jedoch vollständig von denen für die Biegebewegung entkoppelt sind, wird der Einfluß aus einer in-plane Belastung hier ausschließlich dadurch erfaßt, daß das Schwingungsverhalten aller sechs Wände des Raumes bei der Berechnung berücksichtigt wird. Die Biegewellen bzw. die in-plane Wellen einer Wand werden an den Ecken zu in-plane bzw. Biegewellen der angrenzenden Wand und umgekehrt. Dieser

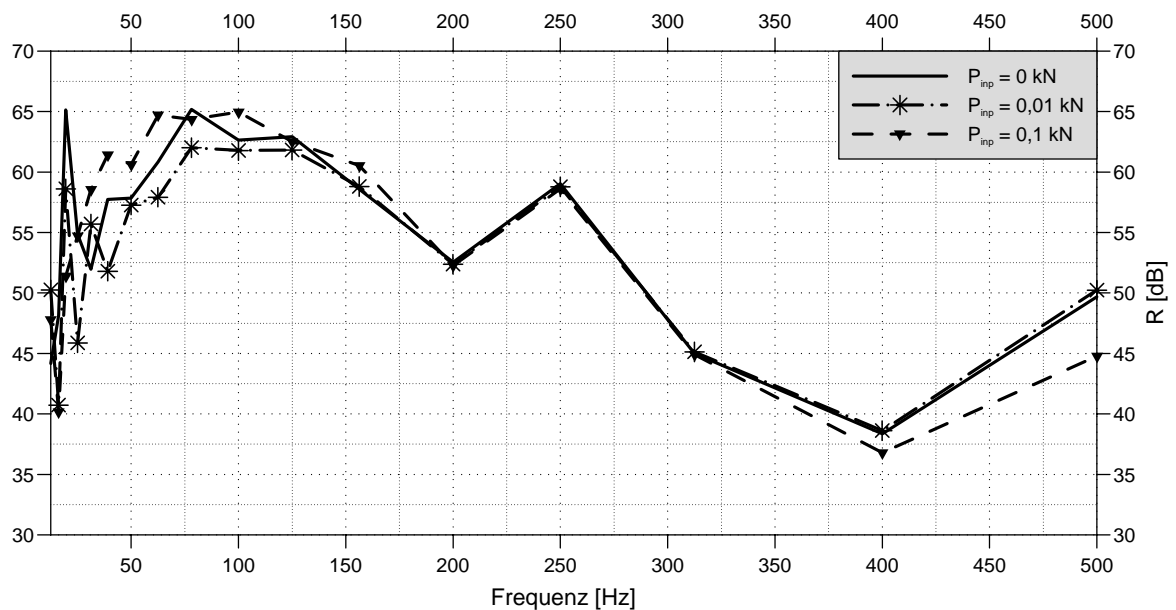


Abbildung 5.22: Terzgemittelte Darstellung der Schalldämmkurven zum Einfluß von in-plane Belastungen

Wechselwirkungseffekt ist im Berechnungsmodell enthalten und führt zu den unterschiedlichen Schalldämmkurven in Abbildung 5.22. Will man die Biegeschwingungen einer einzelnen Wand unter einer in-plane Belastung jedoch detaillierter untersuchen, sollte man eine weitergehende Theorie verwenden. Dafür bietet sich z. B. die geometrisch nichtlineare Plattentheorie von v. KÁRMÁN [82] an, bei der die in der Ebene wirkenden Kräfte direkt mit den Durchbiegungen der Wand gekoppelt sind.

6 Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit war die Entwicklung eines Berechnungsverfahrens zur Simulation der Schalltransmission durch unterschiedliche Wandkonstruktionen. Besonderes Augenmerk wurde dabei einerseits auf geeignete Modelle zur Beschreibung komplexer Wandaufbauten gelegt und andererseits auf die Berücksichtigung sämtlicher Wechselwirkungsbeziehungen zwischen den Wänden und der sie umgebenden Luft.

Zu diesem Zweck werden die Wände mit Hilfe der MINDLINSchen Plattentheorie beschrieben, welche auf orthotrope Platten erweitert wird, da viele Baustoffe derartige Materialeigenschaften aufweisen. Die Implementierung eines Homogenisierungsverfahrens erlaubt es weiterhin, sowohl inhomogene als auch komplexe Wandaufbauten zu berechnen. Zur Modellierung poröser Dämmstoffe wird ein äquivalenter Fluid-Ansatz benutzt, mit dem das akustische Verhalten dieser zur Verbesserung der Schall- und Wärmedämmung verwendeten Materialien mit ausreichender Genauigkeit dargestellt werden kann. Da nicht nur die durch die MINDLINSche Plattentheorie erfaßten Biegewellen sondern auch die in-plane Wellen von Bedeutung für den Schalltransmissionsvorgang sind, werden diese mittels der dynamischen, elastischen Scheibengleichung beschrieben und in das Berechnungsverfahren eingebunden. Durch die Betrachtung sämtlicher angrenzender Bauteile ist somit die Möglichkeit gegeben, das Schalldämmverhalten einer Wand auch unter der Berücksichtigung von Körperschallnebenwegen zu untersuchen. Die Schallausbreitung in der die Wände umgebenden Luft wird durch die Helmholtz-Gleichung beschrieben.

Zur Lösung des Problems kommt die Finite-Element-Methode zum Einsatz, wobei spezielle Finite Elemente zur Diskretisierung sowohl der Platten- und Scheibengleichung als auch der Helmholtz-Gleichung implementiert und bezüglich ihrer Eignung diskutiert werden. Die Vorteile der FEM wie Bandförmigkeit und Symmetrie des Gesamtgleichungssystems werden bei der Lösung ausgenutzt. Zur Berücksichtigung der Wechselwirkungseffekte zwischen Struktur und Fluid wird durch Anwendung des Prinzips virtueller Arbeiten ein vollständig gekoppeltes Gleichungssystem hergeleitet.

Nach der Überprüfung der Einsetzbarkeit des entwickelten Berechnungsalgorithmus für Schalldämmprobleme und der detaillierten Erläuterung relevanter Einflußfaktoren auf das Schalldämmverhalten von Wänden erfolgte die Anwendung des Verfahrens anhand verschiedener Beispiele. Untersuchungen der Auswirkungen konstruktiver Merkmale wie Wanddicke und -abmessungen oder unterschiedlicher Baustoffeigenschaften sowie Analysen bezüglich des Einflusses verschiedener Raumgeometrien, unterschiedlicher Orte und Arten der Schallanregung auf die Schalldämmung können mit dem Verfahren durchgeführt werden. Ergänzend zu den in letzter Zeit in dieser Richtung unternommenen Studien ([88], [106]) wurde hier ins-

besondere auf diejenigen Einflüsse eingegangen, die noch nicht oder nur eingeschränkt analysiert wurden. So wird durch Parameterstudien an ein- und zweischaligen Wänden explizit auf die Auswirkungen unterschiedlicher Schallabsorptionsgrade, Lagerungsbedingungen und Dämpfungen sowie verschiedener Strömungswiderstände, Strukturfaktoren und Dämmstoffe auf die Schalldämmung eingegangen. Desweiteren wird gezeigt, daß stärkere Inhomogenitäten der Wandbestandteile in geeigneter Weise bei der Berechnung Berücksichtigung finden müssen. Weiterhin wird die Schalldämmung einer aus unterschiedlichen Materialien zusammengesetzten Trennwand (beispielsweise eine Wand mit einer Tür) untersucht. Auch der Einfluß flankierender Bauteile wird an einem Beispiel erläutert. Der Nachweis der Eignung des Verfahrens zur Simulation der Schalltransmission zumindest bis zu mittleren Frequenzen durch reale, komplexe Wandaufbauten wird durch zwei Vergleiche von Meß- und Berechnungsergebnissen erbracht. Schließlich wird der Einfluß von in-plane Belastungen auf das Schalldämmverhalten wie z. B. durch das Eigengewicht oder durch Auflasten bei tragenden Wänden an einem Beispiel gezeigt.

Mit dem entstandenen Rechenprogramm steht dem Planer und Konstrukteur eines Bauvorhabens ein Werkzeug zur Verfügung, mit dem das Schalldämmverhalten ganz unterschiedlicher Wandaufbauten bereits in der Entwurfsphase im voraus ermittelt werden kann. Etwaige konstruktive, geometrische Veränderungen oder bauphysikalische und bauakustische Modifikationen sowie schallschutztechnische Optimierungen können effektiv und flexibel durchgeführt werden, ohne vergleichsweise kostspielige und zeitintensive Messungen vornehmen zu müssen.

Der Trend in Forschung und Industrie geht eindeutig hin zu einer Ausweitung computerunterstützter Berechnungen. Allein schon durch die Einführung des auf meßtechnischem Wege sehr schwierig zu bestimmenden Stoßstellendämm-Maßes [48] zeichnet sich z. B. ein steigender Bedarf an numerischen Berechnungen ab. Obwohl der Weg zu einer genauen schallschutztechnischen Untersuchung gesamter Gebäude allein am Rechner noch recht lang erscheint, wird er dennoch aufgrund stets steigender Rechnerressourcen, in Hinblick auf die Einsparung von Zeit und Kosten und mit dem Ziel der vielfältigen Möglichkeiten vor Augen immer häufiger beschritten.

A Äquivalenter Fluid-Ansatz für poröses Material

CHAMPOUX und ALLARD [28] leiten ihr Modell für ein luftgesättigtes poröses Material anhand des Konzeptes charakteristischer Längen, eingeführt von JOHNSON et al. [81] bei der Definition von $T(\omega)$ ('*tortuosity*'), dem Verhältnis von effektiver Dichte $\rho_e(\omega)$ zur Fluidruhedichte ρ_0 , her und geben ausgehend davon eine Beziehung für den frequenzabhängigen Kompressionsmodul $K(\omega)$ des Fluids an. Zur Überprüfung ihres Modells vergleichen sie die ermittelten frequenzabhängigen Werte für $K(\omega)$ und $T(\omega)$ mit den gemessenen Daten für eine starre poröse Keramik und erzielen sehr gute Übereinstimmung.

Im einzelnen werden folgende Beziehungen zur Bestimmung des effektiven Kompressionsmoduls und der effektiven Dichte des Fluids angegeben. Mit den physikalisch meßbaren Materialparametern R_L (längenbezogener Strömungswiderstand), ϕ (Porosität), α_∞ (Strukturfaktor), μ (dynamische Viskosität von Luft) und den beiden Porenformfaktoren s_v und s_t für die viskosen sowie thermischen Effekte ergeben sich die charakteristischen Längen zur Berücksichtigung der viskosen und der thermischen Verlustmechanismen Λ_v und Λ_t zu

$$\Lambda_v = \frac{1}{s_v} \sqrt{\frac{8\alpha_\infty\mu}{\phi R_L}} \quad \text{und} \quad \Lambda_t = \frac{1}{s_t} \sqrt{\frac{8\alpha_\infty\mu}{\phi R_L}}. \quad (\text{A.1})$$

Mit den Abkürzungen

$$G_v(\omega) = \sqrt{1 + \frac{4j\alpha_\infty^2\mu\rho_0\omega}{R_L^2\Lambda^2\phi^2}} \quad \text{und} \quad G_t(\omega) = \sqrt{1 + \frac{4j\alpha_\infty^2\mu\rho_0\omega Pr}{s_t^4 R_L^2\Lambda^2\phi^2}}, \quad (\text{A.2})$$

wobei Pr die PRANDTL-Zahl für Luft darstellt, sowie

$$\lambda_v = s_v \sqrt{\frac{8\alpha_\infty\omega\rho_0}{\phi R_L}} \quad \text{und} \quad \lambda_t = \frac{1}{s_t} \sqrt{\frac{8\alpha_\infty\omega\rho_0}{\phi R_L}} \quad (\text{A.3})$$

erhält man für den effektiven Kompressionsmodul des äquivalenten Fluids

$$K(\omega) = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1) \left[1 + \frac{8}{jPr\lambda_t^2} G_t(\omega) \right]^{-1}} \quad (\text{A.4})$$

und für die effektive Dichte

$$\rho_e(\omega) = \rho_0 \alpha_\infty \left[1 + \frac{8s_v^2}{j\lambda_v^2} G_v(\omega) \right]. \quad (\text{A.5})$$

γ kennzeichnet hierbei den Adiabatenexponent und P_0 den atmosphärischen Druck.

B Verzeichnis der verwendeten Symbole

Lateinische Buchstaben

A	äquivalente Absorptionsfläche [m^2] Fläche [m^2]
a	Absorptionsfaktor $[-]$
B	Plattenbiegesteifigkeit [Nm]
C	Kopplungsmatrix
c	Schallgeschwindigkeit [m/s]
D	Dämpfungsmatrix
d	Abstand [m]
E	Elastizitätsmatrix
E	Elastizitätsmodul [N/m^2] Energie [Nm]
F	Kraft [N]
f	Lastvektor
f	Frequenz [Hz]
f₀	Masse-Feder-Masse Resonanz [Hz]
f_G	Grenzfrequenz [Hz]
f_H	Hohlraumresonanz [Hz]
f_n	strukturelle Eigenfrequenz [Hz]
G	Schubmodul [N/m^2]
h	Plattendicke [m]
I	Flächenträgheitsmoment der Platte [m^3]
K	Steifigkeitsmatrix
K	Kompressionsmodul [N/m^2]
K_{ij}	Stoßstellendämm-Maß [dB]
j	imaginäre Einheit $[-]$
k	Wellenzahl [$1/m$]
k_S	Schubkorrekturfaktor $[-]$
L	Schallpegel [dB]
l_x, l_y, l_z	Abmessung in x, y, z-Richtung [m]
M	Massenmatrix
N	Ansatzfunktion
n	Flächennormale

p	Druck, Schalldruck [N/m^2]
p_x, p_y, p_z	Plattenbelastung in x, y, z-Richtung [N/m^2]
\mathbf{p}	Vektor der Schalldrücke
R	Schalldämm-Maß [dB]
R'	Bau-Schalldämm-Maß [dB]
R'_w	bewertetes Bau-Schalldämm-Maß [dB]
R_L	längenbezogener Strömungswiderstand [Ns/m^4]
R_S	spezifischer Strömungswiderstand [Ns/m^3]
r	Reflexionsfaktor $[-]$
S	Fläche des trennenden Bauteils [m^2]
\mathbf{T}	Transformationsmatrix
T	Nachhallzeit [s]
t	Zeit [s]
\mathbf{u}	Vektor der Verformungsfreiheitsgrade
V	Volumen [m^3]
\mathbf{v}	Schallschnelle [m/s]
u, v, w	Verformungen in x, y, z-Richtung
W	Arbeit [Nm]
\bar{w}	Wichtungsfunktion
x, y, z	kartesische Koordinaten
\mathbf{x}	Koordinatenvektor
Z	Impedanz [Ns/m]

Griechische Buchstaben

α	Schallabsorptionsgrad $[-]$
α_∞	Strukturfaktor $[-]$
Γ	Rand
γ	Scherung $[-]$
ε	Dehnung $[-]$
η	Verlustfaktor $[-]$
ϑ	Schalleinfallswinkel $[\circ]$
Λ_t, Λ_v	charakteristische Länge für thermische bzw. viskose Effekte [μm]
λ	Wellenlänge [m]
μ	dynamische Viskosität von Luft [Pas]
ν	Querkontraktionszahl $[-]$
ρ	Dichte [kg/m^3]
σ	Normalspannung [N/m^2]
τ	Schubspannung [N/m^2]
	Schalltransmissionsgrad $[-]$
ϕ	Porosität $[-]$
$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$	Rotation um y, x, z-Achse
Ω	Gebiet
ω	Kreisfrequenz [$1/s$]

Mathematische Symbole

∇	Nablaoperator
Δ	Laplace-Operator
δ	Variation
$\frac{\partial(\dots)}{\partial t} = (\dots)^{\cdot}$	partielle Zeitableitung
$\frac{\partial(\dots)}{\partial i} = (\dots)_{,i}$	partielle Ableitung nach i
$\frac{\partial}{\partial n}$	Normalenableitung
grad	Gradient
div	Divergenz

Literaturverzeichnis

- [1] -. *Einflüsse unterschiedlicher Dämm-Materialien im Fugenbereich von zweischaligen Trennwänden auf die Luftschalldämmung*. Forschungsvorhaben. Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart, 1997.
- [2] AHRENS, H., DINKLER, D. *Finite-Element-Methoden Teil I/II*. Bericht Nr.88-50 / 88-51, Institut für Statik der TU Braunschweig, 1994.
- [3] ALTENBACH, H., ALTENBACH, J., RIKARDS, R. *Einführung in die Mechanik der Laminat- und Sandwichtragwerke*. Dt. Verl. für Grundstoffindustrie, Stuttgart, 1996.
- [4] ALTENBACH, J., ALTENBACH, H., NAUMENKO, K. *Ebene Flächentragwerke: Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1998.
- [5] ANDELFINGER, U. *Untersuchungen zur Zuverlässigkeit hybrid-gemischter Finiten Elemente für Flächentragwerke*. Dissertation, Bericht Nr.13 aus dem Inst. für Baustatik der Universität Stuttgart, 1991.
- [6] ANGERT, R. *Untersuchungen zum akustischen Verhalten von Maschinenstrukturen*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1992.
- [7] ANTES, H. *Anwendungen der Methode der Randelemente in der Elastodynamik und der Fluidodynamik*. B.G. Teubner, Stuttgart, 1988.
- [8] ANTES, H. Applications in environmental noise. In: *Boundary element methods in acoustics*, Ciskowski, R.D., Brebbia, C.A., (Hrsg.), Seiten 225–260. Computational mechanics publications, 1991.
- [9] ANTES, H., BAARAN, J. Noise radiation from moving surfaces. *Engrg. Anal. with Boundary Elem.*, **25**, 725–740, 2001.
- [10] ARGYRIS, J.A., MLEJNEK, H.-P. *Die Methode der Finiten Elemente I-III*. Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1986-1988.
- [11] ASTLEY, R.J. Infinite elements for wave problems: a review of current formulations and an assessment of accuracy. *Int. Journ. for Num. Meth. in Engrg.*, **49**, 951–976, 2000.

- [12] ATALLA, N., BERNHARD, R.J. Review of numerical solutions for low-frequency structural-acoustic problems. *Appl. Acoust.*, **43**, 271–294, 1994.
- [13] ATALLA, N., PANNETON, R., SGARD, F.C., OLNLY, X. Acoustic absorption of macro-perforated porous materials. *Journ. of Sound and Vibr.*, **243**(4), 659–678, 2001.
- [14] ATTENBOROUGH, K. Acoustical characteristics of porous materials. *Physics Reports*, **82**(3), 179–227, 1982.
- [15] BAARAN, J. *Schallfeldanalyse bei sich bewegenden schallerzeugenden Körpern*. Dissertation, Braunschweiger Schriften zur Mechanik Nr.38, Braunschweig, 1999.
- [16] BATHE, K.-J. *Finite-Element-Methoden*. Springer, Berlin, 1986.
- [17] BATHE, K.-J., DVORKIN, E.N. Short communication: a four-node plate bending element based on Mindlin/Reissner plate theory and a mixed interpolation. *Int. Journ. for Num. Meth. in Engrg.*, **21**, 367–383, 1985.
- [18] BECKER, P. *Zur Berechnung von Schallfeldern mit Elementmethoden*. Dissertation, Mitteilungen aus dem Inst. für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum Nr. 41, 1984.
- [19] BEERENS, C. *Zur Modellierung nichtlinearer Dämpfungsphänomene in der Strukturmechanik*. Dissertation, Mitteilungen aus dem Inst. für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum Nr. 91, 1994.
- [20] BELYTSCHKO, T., WONG, B.L., STOLARSKI, H. Assumed strain stabilization procedure for the 9-node Lagrange shell element. *Int. Journ. for Num. Meth. in Engrg.*, **28**, 385–414, 1989.
- [21] BERMUDEZ, A., HERVELLA-NIETO, L., RODRIGUEZ, R. Finite element computation of three-dimensional elastoacoustic vibrations. *Journ. of Sound and Vibr.*, **219**(2), 279–306, 1999.
- [22] BIOT, M.A. The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. *Journ. of the Acoust. Soc. of Am.*, **28**, 168–191, 1956.
- [23] BOLTON, J. S., SHIAU, N.-M., KANG, Y. J. Sound transmission through multi-panel structures lined with elastic porous materials. *Journ. of Sound and Vibr.*, **191**(3), 317–347, 1996.
- [24] CARCATERRA, A., SESTIERI, A. Complex envelope displacement analysis: a quasi-static approach to vibrations. *Journ. of Sound and Vibr.*, **201**(2), 205–233, 1997.
- [25] CEBRAL, J.R. *Loose coupling algorithms for fluid-structure interaction*. Ph.D. thesis. George Mason University, Fairfax, Virginia, 1996.
- [26] CEDERFELD, L. *On the use of finite element method on some acoustical problems*. Swedish Council for Building Research, Stockholm, 1979.

-
- [27] CERVERA, M., CODINA, R., GALINDO, M. On the computational efficiency and implementation of block-iterative algorithms for nonlinear coupled problems. *Engrg. Computation*, **13**(6), 4–30, 1994.
- [28] CHAMPOUX, Y., ALLARD, J.-F. Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. *Journ. of Appl. Physics*, **70**(4), 1975–1979, 1991.
- [29] CHAWLA, K.K. *Composite materials: science and engineering*. Springer-Verlag, New York, 1998.
- [30] CHEN, K.-T. Study of acoustic transmission through apertures in a wall. *Appl. Acoust.*, **46**, 131–151, 1995.
- [31] CHENG, W. *Schallabstrahlung einer schwingenden Reissner/Mindlin Platte*. Dissertation, Braunschweiger Schriften zur Mechanik Nr. 10, Braunschweig, 1993.
- [32] COYETTE, J.P. The use of finite-element and boundary-element models for predicting the vibro-acoustic behaviour of layered structures. *Advances in Engineering Software*, **30**, 133–139, 1999.
- [33] CRAGGS, A., STEAD, G. Sound transmission between enclosures - a study using plate and acoustic finite elements. *Acustica*, **35**(2), 89–98, 1976.
- [34] CRAIK, R.J.M., NIGHTINGALE, T.R.T., STEEL, J.A. Sound transmission through a double leaf partition with edge flanking. *Journ. of the Acoust. Soc. of Am.*, **101**(2), 964–969, 1997.
- [35] CREMER, L., HECKL, M. *Körperschall*. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [36] CREMER, L., HUBERT, M. *Vorlesungen über Technische Akustik*. Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [37] CRIGHTON, D. G., DOWLING, A.P., FLOWCSWILLIAMS, J.E., HECKL, M., LEPPINGTON, F.G. *Modern methods in analytical acoustics*. Springer-Verlag, London, 1992.
- [38] CROCKER, M.J., PRICE, A.J. Sound transmission using statistical energy analysis. *Journ. of Sound and Vibr.*, **9**(3), 460–486, 1969.
- [39] DEROSA, S., FRANCO, F., MARULO, F., CONICELLA, F., ESPOSITO, G. Full validation of the structural-acoustic response of a simple enclosure. *Journal of Aircraft*, **36**(5), 866–875, 1999.
- [40] DIN 4109. *Schallschutz im Hochbau - Anforderungen und Nachweise*. DIN Taschenbuch 35: Schallschutz. Beuth-Verlag, 1997.
- [41] DIN 52 210. *Luft- und Trittschalldämmung*. DIN Taschenbuch 35: Schallschutz. Beuth-Verlag, 1997.

- [42] DIN EN ISO 140-4. *Messung der Luftschalldämmung zwischen Räumen*. 1996.
- [43] DIN EN ISO 140-5. *Messung der Luftschalldämmung von Fassadenelementen und Fassaden in Gebäuden*. 1996.
- [44] DIN EN ISO 717-1. *Bewertung der Schalldämmung in Gebäuden und von Bauteilen. Teil 1: Luftschalldämmung*. DIN Taschenbuch 35: Schallschutz. Beuth-Verlag, 1997.
- [45] DINKLER, D. *Dynamik*. Vorlesungsmanuskript, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, 1996.
- [46] DINKLER, D., KOWALSKY, U. *Phänomenologische Modelle für Werkstoffe des Bauwesens*. Institut für Statik, Technische Universität Braunschweig, 1998.
- [47] DONNER, U. *Parameterstudien zur Luftschalldämmung kleiner Bauteile*. Fortschr.-Ber. VDI Reihe 11 Nr. 122. VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1989.
- [48] EN 12354. *Bauakustik - Berechnung der akustischen Eigenschaften von Gebäuden aus den Bauteileigenschaften*. Beuth-Verlag, 2000.
- [49] EN 20140-3. *Messung der Luftschalldämmung von Bauteilen in Prüfständen*. DIN Taschenbuch 35: Schallschutz. Beuth-Verlag, 1995.
- [50] ESTORFF, O.v. Discretization methods in acoustics and noise control. In: *Euro Noise 98*, 1998.
- [51] Estorff, O.v., (Hrsg.). *Boundary elements in acoustics*. WIT Press, Southampton, 2000.
- [52] ESTORFF, O.v., COYETTE, J.-P., MIGEOT, J.-L. Governing formulations of the BEM in acoustics. In: *Boundary elements in acoustics*, Estorff, O.v., (Hrsg.), Seiten 1–44. WIT Press, 2000.
- [53] FAHY, F.J. *Sound and Structural Vibration*. Academic Press, London, 1985.
- [54] FAHY, F.J. An introduction to Statistical Energy Analysis. In: *Proceedings of ISAAC6 'Advanced techniques in applied and numerical acoustics'*, Seiten 1–27, 1995.
- [55] FARAG, N.H., PAN, J. Free and forced vibration of rectangular plates. *Journ. of the Acoust. Soc. of Am.*, **103**(1), 408–413, 1998.
- [56] FASOLD, W., VERES, E. *Schallschutz und Raumakustik in der Praxis*. Verlag für Bauwesen, Berlin, 1998.
- [57] FAUSTI, P., POMPOLI, R., SMITH, R.S. An intercomparison of laboratory measurements of airborne sound insulation of lightweight plasterboard walls. *Building Acoust.*, **6**(2), 127–141, 1999.

-
- [58] GAGLIARDINI, L., ROLAND, J., GUYADER, J.L. The use of a functional basis to calculate acoustic transmission between rooms. *Journ. of Sound and Vibr.*, **145**(3), 457–478, 1991.
- [59] GAUL, L., FIEDLER, C. *Methode der Randelemente in Statik und Dynamik*. Friedrich Vieweg & Sohn, Wiesbaden, Braunschweig, 1997.
- [60] GAUL, L., WAGNER, M., WENZEL, W. Hybrid boundary element methods in frequency and time domain. In: *Boundary elements in acoustics*, Estorff, O.v., (Hrsg.), Seiten 121–164. WIT Press, 2000.
- [61] GAUL, L., WAGNER, M., WENZEL, W., DUMONT, N. *On the treatment of acoustical problems with the hybrid boundary element method*. Bericht 99-11 aus dem SFB 404. Universität Stuttgart, 1999.
- [62] GERRARD, C.M. Elastic models of rock masses having one, two and three sets of joints. *Int. Journ. of Rock Mech. and Mining Sciences*, **19**, 15–23, 1982.
- [63] GIRKMANN, K. *Flächentragwerke*. Springer-Verlag, Wien, 1959.
- [64] GIVOLI, D. *Numerical methods for problems in infinite domains*. Elsevier Science, Amsterdam, 1992.
- [65] GÖRANSSON, P. Acoustic finite elements. In: *Proceedings of ISAAC6 'Advanced techniques in applied and numerical acoustics'*, Seiten 1–45, 1995.
- [66] GÖRANSSON, P. A 3-D, symmetric, finite element formulation of the Biot equations with application to acoustic wave propagation through an elastic porous medium. *Int. Journ. for Num. Meth. in Engrg.*, **41**, 167–192, 1998.
- [67] GÖSELE, K., GÖSELE, U. Einfluß der Hohlraumdämpfung auf die Steifigkeit von Luftschichten bei Doppelwänden. *Acustica*, **38**, 159–166, 1977.
- [68] GUY, R.W. The transmission of airborne sound through a finite panel, air gap, panel and cavity configuration - a steady state analysis. *Acustica*, **49**, 323–333, 1981.
- [69] GUY, R.W., BHATTACHARYA, M.C. The transmission of sound through a cavity-backed finite plate. *Journ. of Sound and Vibr.*, **27**(2), 207–223, 1973.
- [70] Halasz, R.v., Scheer, C., (Hrsg.). *Holzbau-Taschenbuch Bd.1: Grundlagen, Entwurf, Bemessung und Konstruktion*. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1996.
- [71] HAMDAN, F.H., DOWLING, P.J. Fluid-structure interaction: application to structures in an acoustic fluid medium, part I: an introduction to numerical treatment. *Engrg. Computation*, **12**, 749–758, 1995.

- [72] HAUPTMANN, R. *Strukturangepaßte geometrisch nichtlineare Finite Elemente für Flächentragwerke*. Dissertation, Bericht-Nr. M97/3 aus dem Institut für Mechanik, Universität Karlsruhe, 1997.
- [73] HECKL, M., DONNER, U. Schalldämmung dicker Wände. *Rundfunktechn. Mitteilungen*, **29**(6), 287–291, 1985.
- [74] HENN, H., SINAMBARI, G.R., FALLEN, M. *Ingenieurakustik*. Vieweg Verlag, Braunschweig, 1984.
- [75] HOHMANN, R., SETZER, M. *Bauphysikalische Formeln und Tabellen*. Werner Verlag, 1997.
- [76] HONGISTO, V. Sound insulation of doors - part 1: prediction models for structural and leak transmission. *Journ. of Sound and Vibr.*, **230**(1), 133–148, 2000.
- [77] HUGHES, T.J.R. *The finite element method*. Prentice-Hall, New Jersey, 1987.
- [78] IBRAHIMBEGOVIC, A., TAYLOR, R.L., WILSON, E.L. A robust quadrilateral membrane finite element with drilling degrees of freedom. *Int. Journ. for Num. Meth. in Engrg.*, **30**, 445–457, 1990.
- [79] IHLENBURG, F. *Finite element analysis of acoustic scattering*. Springer-Verlag, New York, 1998.
- [80] JÄGER, M. *Entwicklung eines effizienten Randelementverfahrens für bewegte Schallquellen*. Dissertation, Braunschweiger Schriften zur Mechanik Nr.17, Braunschweig, 1994.
- [81] JOHNSON, D.L., KOPLIK, J., DASHEN, R. Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *Journ. of Fluid. Mech.*, **176**, 379–402, 1987.
- [82] KÁRMÁN, T.V. In: *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, Band 4: Mechanik, Seite 349, 1910.
- [83] KANG, H.-J., IH, J.-G., KIM, J.-S., KIM, H.-S. Prediction of sound transmission loss through multilayered panels by using Gaussian distribution of directional incident energy. *Journ. of the Acoust. Soc. of Am.*, **107**(3), 1413–1420, 2000.
- [84] KIHLMAN, T., KROPP, W., PIETRZYK, A. *Sound insulation at low frequencies*. Swedish Council for Building Research, Stockholm, 1994.
- [85] KIM, C.S., DICKINSON, S.M. The flexural vibration of line supported rectangular plate systems. *Journ. of Sound and Vibr.*, **114**(1), 129–142, 1987.
- [86] KNOTHE, K., WESSELS, H. *Finite Elemente: eine Einführung für Ingenieure*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1999.

-
- [87] KURTZE, G., SCHMIDT, H., WESTPHAL, W. *Physik und Technik der Lärmbekämpfung*. Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1975.
- [88] LANGER, S. *Schalltransmission durch Isolierverglasung*. Dissertation, Braunschweiger Schriften zur Mechanik Nr.41, Braunschweig, 2001.
- [89] LANGER, S., ANTES, H. Coupled finite element - boundary element calculations of sound transmission through windows. In: *Proc. of the 7th Int. Congress on Sound and Vibration*, Seiten 2053–2061, Garmisch-Patenkirchen, 2000.
- [90] LEE, J.S., PANDE, G.N., MIDDLETON, J., KRALJ, B. Analysis of tensile strength of masonry. In: *Proc. 10th Int. Brick/Block Masonry Conf.*, Seiten 21–29, Calgary, Canada, 1994.
- [91] LEE, J.S., PANDE, G.N., MIDDLETON, J., KRALJ, B. Numerical modelling of brick masonry panels subject to lateral loadings. *Computers and Struct.*, **61**(4), 735–745, 1996.
- [92] LEIMER, H.-P., HARTING, A. Schallschutz von Fachwerkwänden. *Bauen mit Holz*, **3**, 208–216, 1996.
- [93] LEISSA, A.W. *Vibrations of plates*. Acoustical Society of America, 1993.
- [94] LEKHNITSKII, S.G. *Anisotropic plates*. Gordon and Breach Science Publishers, London, 1968.
- [95] LIEW, K.M., HUNG, K.C., LIM, M.K. Vibration of Mindlin plates using boundary characteristic orthogonal polynomials. *Journ. of Sound and Vibr.*, **182**(1), 77–90, 1995.
- [96] LIEW, K.M., WANG, C.M., XIANG, Y., KITIPORNCHAI, S. *Vibrations of Mindlin plates*. Elsevier, 1998.
- [97] LIEW, K.M., XIANG, Y., KITIPORNCHAI, S. Transverse vibration of thick rectangular plates - I. Comprehensive sets of boundary conditions. *Computers and Struct.*, **49**(1), 1–29, 1993.
- [98] LINK, M. *Finite Elemente in der Statik und Dynamik*. Teubner, Stuttgart, 1984.
- [99] LJUNGGREN, S. Airborne sound insulation of thick walls. *Journ. of the Acoust. Soc. of Am.*, **89**(5), 2338–2345, 1991.
- [100] MALUSKI, S., GIBBS, B.M. Application of a finite-element model to low-frequency sound insulation in dwellings. *Journ. of the Acoust. Soc. of Am.*, **108**(4), 1741–1751, 2000.
- [101] MAXIT, L., GUYADER, J.-L. Estimation of SEA coupling loss factors using a dual formulation and FEM modal information, part I: theory. *Journ. of Sound and Vibr.*, **239**(5), 907–931, 2001.

-
- [102] MAYSENHÖLDER, W. Kann die Schalldämmung einer gemauerten Wand aus dem Schwingungsverhalten eines einzelnen Steins berechnet werden? *Bauphysik*, **15**(2), 50–57, 1993.
- [103] MAYSENHÖLDER, W. Low frequency sound transmission through periodically inhomogeneous plates with arbitrary local anisotropy and arbitrary global symmetry. *Acustica*, **82**(4), 628–635, 1996.
- [104] MAYSENHÖLDER, W. Sound transmission through periodically inhomogeneous anisotropic thin plates: generalizations of Cremer's thin plate theory. *Acustica*, **84**(4), 668–680, 1998.
- [105] MCCULLOCH, C., ESTORFF, O.V. Zur effektiven numerischen Modellierung des Schalldurchgangs durch Strukturen. In: *Fortschritte der Akustik, DAGA 2000*, Seiten 718–719, 2000.
- [106] MEHRA, S.-R. *Berechnung der Luftschalldämmung von einschaligen Trennbauteilen endlicher Abmessung*. Dissertation, Lehrstuhl Konstruktive Bauphysik der Universität Stuttgart, 1995.
- [107] MEHRA, S.-R. Einfluß der Randeinspannung auf Luftschalldämmung von Trennbauteilen. *Bauphysik*, **21**(5), 16–23, 1999.
- [108] MEIER, A. Luftschalldämmung einfacher Bauteile: Eine Zusammenstellung und Diskussion wichtiger Einflußgrößen. In: *Fortschritte der Akustik, DAGA 2000*, Seiten 600–601, 2000.
- [109] MEIER, A., SCHMITZ, A., RAABE, G. Inter-laboratory test of sound insulation measurements on heavy walls: part II - results of main test. *Building Acoust.*, **6**(3/4), 171–186, 1999.
- [110] MINDLIN, R.D. Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. *Journ. of Appl. Mech.*, **18**, 31–38, 1951.
- [111] MORAND, H.J.-P., OHAYON, R. *Fluid-structure interaction*. John Wiley and sons, 1995.
- [112] NIYOGI, A.G., LAHA, M.K., SINHA, P.K. A coupled FE-BE analysis of acoustic cavities confined inside laminated composite enclosures. *Aircraft Eng. and Aerospace Technology*, **72**(4), 345–357, 2000.
- [113] NORTON, M.P. *Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers*. Cambridge University Press, 1989.
- [114] OWEN, D.R.J., FIGUEIRAS, J.A. Anisotropic elasto-plastic finite element analysis of thick and thin shells. *Int. Journ. for Num. Meth. in Engrg.*, **19**, 541–566, 1983.

- [115] PANDE, G.N., J.X.LIANG, MIDDLETON, J. Equivalent elastic moduli for brick masonry. *Computers and Geotechn.*, **8**, 243–265, 1989.
- [116] PANNETON, R., ATALLA, N. Numerical prediction of sound transmission through finite multilayer systems with poroelastic materials. *Journ. of the Acoust. Soc. of Am.*, **100**(1), 346–354, 1996.
- [117] PANNETON, R., ATALLA, N., CHARRON, F. A finite-element formulation for the vibroacoustic behaviour of double-plate structures with cavity absorption. *Canadian Aeronautics and Space Journal*, **41**(1), 5–12, 1995.
- [118] RAJAKUMAR, C., ALI, A. Boundary element-finite element coupled eigenanalysis of fluid-structure systems. *Int. Journ. for Num. Meth. in Engrg.*, **39**, 1625–1634, 1996.
- [119] REDDY, J.N. *Mechanics of laminated composite plates: theory and analysis*. CRC Press, Inc., 1997.
- [120] REISSNER, E. The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. *Journ. of Appl. Mech.*, **12**, A69–A77, 1945.
- [121] RUHE, C., NEUMANN, R. *Schallschutz im Wohnungsbau - Haustrennwände*. Mitteilungsblatt der Arbeitsgemeinschaft für zeitgemäßes Bauen e. V. Kiel, 1992.
- [122] SALAMON, M.D.G. Elastic moduli of a stratified rock mass. *Int. Journ. of Rock Mech. and Mining Sciences*, **5**, 519–527, 1968.
- [123] SANCHEZ-PALENCIA, E., ZAOUI, A. *Homogenization techniques for composite media*. Lecture Notes in Physics. Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- [124] SANDBERG, G. *Finite element modelling of fluid-structure interaction*. Ph.D. thesis. Division of Structural Mechanics, Lund Institute of Technology, 1986.
- [125] SANDBERG, G., GÖRANSSON, P. A symmetric finite element formulation for acoustic fluid-structure interaction analysis. *Journ. of Sound and Vibr.*, **123**(3), 507–515, 1988.
- [126] SCHANZ, M. *Wave propagation in viscoelastic and poroelastic continua: a boundary element approach*. Springer-Verlag, Berlin, 2001.
- [127] SCHOLL, W., BRANDSTETTER, D. Neue Schalldämmwerte bei Gipskartonplatten-Metallständerwänden. *Bauphysik*, **22**(2), 101–107, 2000.
- [128] SCHOLZE, J. Schalldämmung zweischaliger Haustrennwände. *Bauphysik*, **21**(3), 106–113, 1999.
- [129] SEYBERT, A.F., WU, T.W., LI, W.L. A coupled FEM/BEM for fluid-structure interaction using Ritz vectors and eigenvectors. *Journ. of Vibr. and Acoust.*, **115**, 152–158, 1993.

-
- [130] SOMMERFELD, A. *Partielle Differentialgleichungen in der Physik*. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/Main, 1978.
- [131] SZILARD, R. *Finite Berechnungsmethoden der Strukturmechanik, Band 1/2*. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1982/1990.
- [132] TROGE, A. *Daten zur Umwelt 2000*. Schmidt-Verlag, Umweltbundesamt Berlin, 2001.
- [133] TRÖNDLE, G., ANTES, H. Efficient numerical techniques in time and frequency domain. In: *Boundary Elements in Acoustics - Advances & Applications*, Estorff, O.v., (Hrsg.), Seiten 165–204. WIT Press, 2000.
- [134] VLAHOPOULOS, N., RAVEENDRA, S.T., VALLANCE, C., MESSER, S. Numerical implementation and application of a coupling algorithm for structural-acoustic models with unequal discretization and partially interfacing surfaces. *Finite Elem. in Anal. and Design*, **32**, 257–277, 1999.
- [135] WANG, X., BATHE, K.-J. Displacement/pressure based mixed finite element formulation for acoustic fluid-structure interaction problems. *Int. Journ. for Num. Meth. in Engrg.*, **40**, 2001–2017, 1997.
- [136] WEBER, L., SCHOLL, W., BÜCKLE, A. Schalldämmung von Lochsteinwänden. In: *Fortschritte der Akustik, DAGA 1998*, Seiten 662–663, 1998.
- [137] WITTRICK, W. H. Analytical, three-dimensional elasticity solutions to some plate problems, and some observations on Mindlin's plate theory. *Int. Journ. of Sol. and Struct.*, **23**, 441–464, 1987.
- [138] WONG, B.L., BELYTSCHKO, T. Assumed strain stabilization procedure for the 9-node Lagrange plane and plate elements. *Engrg. Computation*, **4**, 229–239, 1987.
- [139] WU, T.W., DANDAPANI, A. A boundary element solution for sound transmission through thin panels. *Journ. of Sound and Vibr.*, **171**(2), 145–157, 1994.
- [140] ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR, R. L. *The finite element method*. McGraw-Hill, 1989.
- [141] ZIENKIEWICZ, O.C., BETTESS, P. Fluid-structure dynamic interaction and wave forces. An introduction to numerical treatment. *Int. Journ. for Num. Meth. in Engrg.*, **13**, 1–16, 1978.

Index

- äquivalenter Fluid-Ansatz, 24
- Absorptionsfaktor, 22
- Bergersche Massengesetz, 48
- Bewertungsverfahren, 47
- Biegewellen, 10, 13, 27
- Complex Envelope Displacement Analysis,
3
- Dämpfung, 67
- Dehnwellen, 13
- Dichtewellen, 21
- Dickenresonanz, 62
- diffuses Schallfeld, 58
- Eigenfrequenz
 - fluidgefüllter Raum, 42
 - Kasten, 38
 - Platte, 35
 - Scheibe, 37
- field incidence, 58
- Finite-Element-Methode, 2, 27, 31, 39
- Flankenübertragung, 61, 80
- Grenzfrequenz, 48
- Hamiltonsche Prinzip, 6
- Helmholtz-Gleichung, 22, 39
- Hohlraumresonanz, 50, 54
- Homogenisierung, 16, 73
- in-plane Wellen, 10, 31
- Körperschall, 13, 58
- Kirchhoffsche Plattentheorie, 6
- Koinzidenzfrequenz, 48, 57
- Kondensation, 43
- Kontinuitätsgleichung, 21
- Kopplung, 25, 34, 43, 53
- Kopplungsmatrix, 29, 43
- Lagerungsbedingung, 66
- Masse-Feder-Masse Resonanz, 49, 54, 57
- Methode der angenommenen Verzerrungen,
30
- Mindlinsche Plattentheorie, 6, 7, 12
- Nachhallzeit, 51
- Newtonsche Kraftgleichung, 21
- Null-Energie-Eigenformen, 30
- Orthotrope Platten, 15
- poröses Dämmmaterial, 23, 68, 71
- Prinzip der virtuellen Verrückungen, 27
- Randelementmethode, 2
- ray tracing, 3
- Reflexionsfaktor, 22
- Reissnersche Plattentheorie, 12
- Schallübertragungswege, 46
- Schallabsorptionsgrad, 23, 64
- Schalldämm-Maß, 23, 46, 48
 - Anforderungen, 46
 - Berechnung, 51
 - bewertetes, 47
 - Einflüsse, 55
 - Messung, 50
 - numerische Simulation, 52
- Schallreflexion, 22
- Schalltransmissionsgrad, 23, 59
- Schubkorrekturfaktor, 9, 13

Schubversteifung, 30
Schubwellen, 13
Statistische Energieanalyse, 3, 53, 61
Stoßstellendämm-Maß, 51, 61, 81
Strömungswiderstand, 69
Strukturdämpfung, 14
Strukturfaktor, 70

Transformationsmatrix, 34, 80

Verlustfaktor, 15, 63, 67
Verstimmung, 57

Wellengleichung, 22

Braunschweiger Schriften zur Mechanik — BSM

Bisher erschienene Berichte in dieser Reihe

- 1–1990 Plonski, T.:
Dynamische Analyse von schnell drehenden Kreiszylinderschalen
- 2–1991 Wegener, K.:
Zur Berechnung großer plastischer Deformationen mit einem Stoffgesetz vom Über-
spannungstyp
- 3–1991 Gröhlich, H.:
Finite-Element-Formulierung für vereinheitlichte inelastische Werkstoffmodelle oh-
ne explizite Fließflächenformulierung
- 4–1992 Hesselbarth, H.:
Simulation von Versetzungsstrukturbildung, Rekristallisation und Kriechschädigung
mit dem Prinzip der zellulären Automaten
- 5–1992 Schlums, H.:
Ein stochastisches Werkstoffmodell zur Beschreibung von Kriechen und zyklischem
Verhalten metallischer Werkstoffe
- 6–1992 Kublik, F.:
Vergleich zweier Werkstoffmodelle bei ein- und mehrachsigen Versuchsführungen
im Hochtemperaturbereich
- 7–1992 Bechtloff, J.:
Interpolationsverfahren höheren Grades für Robotersteuerungen
- 8–1993 Müller, M.:
Dreidimensionale elastodynamische Analyse von Tanks mit fluidbenetzten Einbau-
ten
- 9–1993 Senker, P.:
Stabilitätsanalyse elastischer Rotorsysteme
- 10–1993 Cheng, W.:
Schallabstrahlung einer schwingenden Reissner/Mindlin Platte
- 11–1993 Wiebe, T.:
Wellenausbreitung in poroelastischen Medien: Untersuchung mit Rand-
integralgleichungen
- 12–1993 Hahne, M.:
Beschreibung der plastischen Längsdehnung bei Torsion mit einem makroskopischen
Stoffgesetz

- 13–1993 Heisig, G.:
Zum statischen und dynamischen Verhalten von Tiefbohrsträngen in räumlich gekrümmten Bohrlöchern
- 14–1994 Araújo, F. C.:
Zeitbereichslösung linearer dreidimensionaler Probleme der Elastodynamik mit einer gekoppelten BE/FE-Methode
- 15–1994 Kristen, M.:
Untersuchung zur elektrischen Ansteuerung von Formgedächtnis-Antrieben in der Handhabungstechnik
- 16–1994 Latz, K.:
Dynamische Interaktion von Flüssigkeitsbehältern
- 17–1994 Jäger, M.:
Entwicklung eines effizienten Randelementverfahrens für bewegte Schallquellen
- 18–1994 August, M.:
Schwingungen und Stabilität eines elastischen Rades, das auf einer nachgiebigen Schiene rollt
- 19–1994 Erbe, M.:
Zur Simulation des Rißwachstums in dreidimensionalen, elastisch-plastischen Strukturen mit der Methode der Finiten Elemente
- 20–1995 Gerdes, R.:
Ein stochastisches Werkstoffmodell für das inelastische Materialverhalten metallischer Werkstoffe im Hoch- und Tieftemperaturbereich
- 21–1995 Tröndle, G.:
Effiziente Schallberechnung mit einem adaptiven Mehrgitterverfahren für die 3-D Randelementmethode
- 22–1996 Degenhardt, R.:
Nichtlineare dynamische Bauwerksprobleme und Interaktion mit dem Baugrund
- 23–1996 Feise, H.J.:
Modellierung des mechanischen Verhaltens von Schüttgütern
- 24–1996 Haubrok, D.:
Reibungsfreie Kontaktprobleme der 2D-Elastostatik und -dynamik als Optimierungsaufgabe mit REM
- 25–1996 Lehmann, L.:
Numerische Simulation der Spannungs- und Geschwindigkeitsfelder in Silos mit Einbauten

- 26–1996 Klein, R.:
Dynamische Interaktion von dünnwandigen Tragwerken und Boden mit Abschirmschlitzten
- 27–1996 Kopp, T.:
Simulation großer inelastischer Deformationen bei Torsionsversuchen
- 28–1997 Harder, J.:
Simulation lokaler Fließvorgänge in Polykristallen
- 29–1997 Lewerenz, M.:
Zur numerischen Behandlung von Werkstoffmodellen für zeitabhängig plastisches Materialverhalten
- 30–1997 Meywerk, M.:
Stabilität und Verschleiß bei auf Schienen laufenden Eisenbahnradsätzen
- 31–1997 Plagge, F.:
Nichtlineares, inelastisches Verhalten von Spiralseilen
- 32–1997 Neubert, M.:
Richtungsregelung beim Tiefbohren
- 33–1998 Sangi, D.:
Die Versetzungsstrukturbildung in Metallen
- 34–1998 Thielecke, F.:
Parameteridentifizierung von Simulationsmodellen für das viskoplastische Verhalten von Metallen - Theorie, Numerik, Anwendung
- 35–1998 Vietgen, J.:
Numerische Simulation duktilen Rißwachstums mit Berücksichtigung von Schädigung
- 36–1998 Lär, B.:
Einfluß transienter Anregungen auf die Zylinderkopf-Akustik
- 37–1998 Scheld, C.:
Auswirkungen dynamischer Interaktionen auf das Schwingungsverhalten von Tanks
- 38–1999 Baaran, J.:
Schallfeldanalyse bei sich bewegenden schallerzeugenden Körpern
- 39–1999 Daros, C.H.:
Wave propagation in unbounded piezoelectric media of transversely isotropic symmetry

- 40–2000 Wagner, N.:
Untersuchung der Boden-Fahrzeug-Interaktion mit gekoppelten Rand- und Finite-
Element-Methoden
- 41–2001 Langer, S.:
Schalltransmission durch Isolierverglasung
- 42–2001 Schacht, T.:
Orientierungsabhängige Rissbildung in duktilen Metallen
- 43–2002 Ackermann, L.:
Simulation der Schalltransmission durch Wände
- 44–2002 Barthold, F.-J.:
Zur Kontinuumsmechanik inverser Geometrie Probleme
- 45–2002 Böhrnsen, J.-U.:
Dynamisches Verhalten von Schüttgütern beim Entleeren aus Silos
- 46–2002 Zorn, C.:
Plastisch instabile Verformung aufgrund dynamischer Reckalterung und korrelierten
Versetzungsgleitens

Lebenslauf

Name	Lutz Ackermann
Geburtsdatum und -ort	24.04.1972 in Gihorn
Familienstand	verheiratet seit dem 19.05.1994, ein Sohn
1978 - 1991	Schul Ausbildung
1991 - 1992	Wehrdienst
1992 - 1998	Studium des Bauingenieurwesens an der TU Braunschweig
1998 - 2001	Stipendiat des Graduiertenkollegs 'Wechselwirkung von Fluid und Struktur' an der TU Braunschweig
seit 2001	Mitarbeiter in der LKW-Reifenentwicklung der Continental AG Hannover